

# ASTRONOMI V KMICI



petindvajsetič

## KAZALO

ČETRTO STOLETJE ASTRONOMOV KMICI .....	3
FOUCAULTOVO NIHALO .....	4
PRVE SREDNJEŠOLSKE RAZISKOVALNE NALOGE V OKVIRU PROJEKTA GOCHILE – EKSOPLANETI IN UTRIPAJOČE ZVEZDE .....	6
OSNOVNA SPEKTRALNA KLASIFIKACIJA ZVEZD .....	11
KAKO SMO DOBILI MESEC.....	13
VZTRAJNOSTNI MOMENT ZEMLJE.....	15
UTRINKI Z MLADINSKEGA ASTRONOMSKEGA TABORA KMICA 2022.....	17
MOČ GRAVITACIJSKIH VALOV PARA ČRNIH LUKENJ .....	19
PROBLEM VOŽNJE PO VESOLJU .....	22

## ČETRT STOLETJA ASTRONOMOV KMICI

Pred nami je jubilejna 25. številka publikacije *Astronomi v Kmici*. To je zelo lepa številka, ki kaže na dolgoletno kontinuiteto in da smo prav publicistični dejavnosti v Kmici zmeraj posvečali zelo velik pomen. *Astronomi v Kmici* so prvič izšli davnega leta 1998 kot objavljen zapis dogajanja na našem astronomskem taboru. Po tolikih letih se je pokazalo kako pomembno je bilo, da smo dogajanje na taboru ustrezno dokumentirali. Še več, da smo takoj na začetku imeli ambicijo ustvariti okolje, v katerem svoje mesto najdejo strokovni, včasih pa tudi znanstveni članki s področja astronomije. V teh 25. letih se je nabralo zelo veliko člankov, zapisov o delu in raziskavah na naših taborih in drugega gradiva, ki skupaj predstavlja bogato zakladnico znanja. Lepo se zahvaljujem vsem, ki so tako ali drugače vsa ta leta omogočili, da smo lahko publikacijo pripravili in jo tudi natisnili, ter kot brezplačno gradivo ponudili svojim članom, šolskim knjižnicam kot dodatno učno gradivo in drugi zainteresirani javnosti. Vse publikacije so objavljene na spletni strani [www.kmica.si](http://www.kmica.si) in tako vsem prosto dostopne. Največja zasluga gre številnim avtorjem člankov, brez katerih seveda publikacije ne bi bilo.

Tudi v tej številki tako najdemo zapise z letošnjega astronomskega tabora, s katerim smo že vrsto let dobrodošli gostje na OŠ Gornji Petrovci, za kar se ravnatelju **Johanu Lacu** lepo zahvaljujem. Prav tako ne

manjka zanimivih strokovnih člankov iz različnih vej astronomije primernih tako za osnovnošolce kot srednješolce ali študente.

Astronome v Kmici spremlja tudi *Astronomski stenski koledar*. Kljub temu, da klasične koledarje v fizični obliki zmeraj bolj nadomeščajo elektronski koledarji na naših mobilnih telefonih, ki nas na dogodke tudi opomnijo, pa se kmicinega koledarja vseeno mnogi zmeraj razveselijo. Je edini slovenski koledar, kjer so na enem mestu zbrani vsi najpomembnejši astronomski dogodki v tekočem letu. Prav tako pa ne gre zanemariti estetsko vrednost koledarja, saj zmeraj izberemo lepo astronomsko fotografijo naših članov. Koledar spremlja lepa zgodbica: zvezde prinašajo srečo in Kmica je povezana z zvezdami, zato naj vam kmicin koledar prinese veliko sreče. Na tem mestu se zahvaljujem **Darku Kolarju**, ki vsako leto pripravi koledarski del, **Roku Vogrinčiču** za strokovni pregled in **pom. akad. dr. Samu Smrketu** za lepo tokratno fotografijo Lune in Rimske ceste.

Vsem partnerjem in podpornikom se za pomoč in dobro sodelovanje lepo zahvaljujem, še posebej pa **Suzani Čurman** in **Darji Kozar Balek**, ki nam pri vseh naših aktivnostih tesno stojita ob strani.

V letu, ki je pred nami vam želim vse dobro in veliko sreče ter lepe astronomske dogodke.

pom. akad. dr. Mitja Slavinec,  
predsednik AD Kmica

## FOUCAULTOVO NIHALO

pom. akad. dr. Eva Klemenčič in pom. akad. dr. Mitja Slavinec  
Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Univerza v Mariboru

### Uvod

Leta 1851 je francoski fizik Jean Bernard Leon Foucault izvedel preprost poskus. Na strop Panteona v Parizu je pritržil 67 metrov dolgo jekleno žico, na koncu katere je bila pritrjena železna krogla z maso 28 kg. Kroglo je izmaknil iz ravnovesne lege, počakal, da se umiri, in jo spustil. Krogla je pričela nihati, pri čemer je v pesku posutem po tleh izrisovala sled nihanja. Po nekaj časa se je lahko opazilo, kako se ravnina nihanja s časom spreminja [1]. Slednje lahko pojasnimo le z vrtenjem Zemlje okoli svoje osi.

V nadaljevanju naredimo kratek uvod v nihanje nitnega nihala, predstavimo poskus in pokažemo, kako Foucaultovo nihalo dokazuje vrtenje Zemlje okoli svoje osi.

### Nihanje nitnega nihala

Nihanje je periodično gibanje telesa ali sistema okoli ravnovesne lege. Pri nitnem ali matematičnem nihalu privzamemo, da imamo lahko vrstico dolžine  $L$ , na kateri je obešena utež z maso  $m$ . Če zanemarimo zračni upor, na nihalo delujeta sila teže uteži ( $F_g = m g$ ) in sila v vrstici  $F_v$ , ki med nihanjem spreminja smer (slika 1a). Posledično se spreminja tudi komponenta sile, ki povzroča nihanje, in s tem hitrost ter pospešek nihanja (slika 1b). Po 2. Newtonovem zakonu velja:

$$F_g \sin \theta = m a. \quad (1)$$

Za majhne odmike od ravnovesne lege upoštevamo približek majhnih kotov ( $\sin \theta = \theta$ ), po katerem je sila, ki povzroča nihanje, premo sorazmerna z odklikom od ravnovesne lege. Sledi:

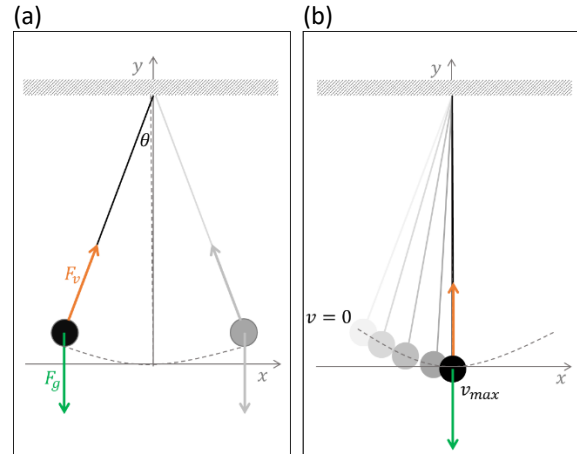
$$-m g \frac{x}{L} = m a, \quad (2)$$

kjer je  $x$  odklik nihala od ravnovesne lege nihala. V ravnovesni legi se nihalo nahaja v točki (0,0) kot prikazuje slika 1b.

Nihanje nitnega nihala je ob upoštevanju približka majhnih kotov harmonično, odklik od ravnovesne lege ob poljubnem času  $t$  je:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t + \phi), \quad (3)$$

kjer so  $x_0$  amplituda nihanja,  $\omega_0$  lastna krožna frekvenca in  $\phi$  fazni zamik.



Slika 1. Nitno nihalo a) v dveh skrajnih legah, kjer je hitrost nihala  $v = 0$ , in v b) ravnovesni legi, v kateri nihalo doseže največjo hitrost. Sila v vrstici (oranžna barva) med nihanjem spreminja svojo smer.

Lastna krožna frekvenca nitnega nihala je odvisna od dolžine nihala in gravitacijskega pospeška:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}. \quad (4)$$

Za gravitacijski pospešek  $9,81 \text{ m/s}^2$  in dolžino Foucaultovega nihala  $67 \text{ m}$  po enačbi (4) izračunamo krožno frekvenco  $0,38 \text{ Hz}$ , nihajni čas ( $t_0 = 2\pi/\omega_0$ ) pa  $2,40 \text{ s}$ . Foucault je poskus sicer izvajal že prej, a se je zaradi manjše višine stropa in posledično krajše dolžine žice, nihanje zadušilo preden bi lahko opazili vpliv vrtenja zemlje na nihanje nihala.

### Kako vrtenje zemlje vpliva na nihanje nihala?

Vsa telesa na Zemlji se vrtimo z Zemljo. Čas, v katerem se Zemlja zavrti za  $360^\circ$  glede na Sonce, je Sončev dan in traja  $T_s = 24 \text{ h}$ . Poznamo pa tudi zvezdni ali siderski dan, v katerem se Zemlja zavrti enkrat okoli svoje glede na oddaljene zvezde. Siderski dan je za približno 4 minute krajši od sončevega in traja  $T_z = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s}$ .

Čas, v katerem se ravnina nihanja zavrti za  $360^\circ$  glede na okolico, je odvisna od geografske širine ( $\varphi$ ). Slednje je Foucault zapisal z enačbo:

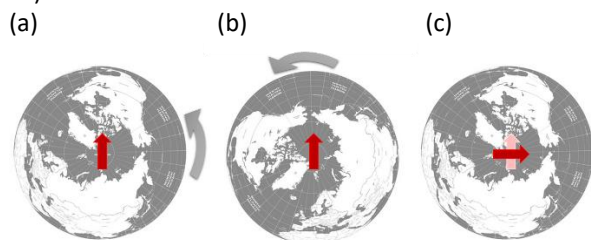
$$t = \frac{T_z}{\sin(\varphi)}. \quad (5)$$

Po enačbi (5) izračunamo, da se v Parizu, na lokaciji, kjer je Foucault poskus izvedel ( $\varphi = 48^\circ 51' 24''$ ),

ravnina nihanja zavrti enkrat v času 31,78 ur. S križnim izračunom:

$$\phi = \frac{T_z 360^\circ}{t} \quad (6)$$

določimo, da se v enem sončevem dnevu ravnina nihanja spremeni za  $271,85^\circ$  oziroma za  $11,33^\circ$  vsako uro. Foucaultov poskus je slednje tudi potrdil. Iz enačbe (5) vidimo, da se ravnina nihanja ne spreminja za nihalo postavljeno na ekvatorju, kjer je geografska širina  $0^\circ$ . Obratno, na severnem in južnem tečaju se ravnina nihanja zavrti enkrat v enem dnevu, vsako uro za  $15^\circ$ . Ker se Zemlja vrti od vzhoda proti zahodu, se ravnina nihanja za opazovalca na Zemlji vrti v nasprotni smeri od zahoda proti vzhodu [2]. Slednje lahko razložim, če si predstavljamo nihalo, ki je nepremično vpeto v točko nad severnim tečajem ( $\varphi = 90^\circ$ ). Za zunanjšega opazovalca se Zemlja vrti (slika 2a), ravnina nihanja (rdeča puščica) glede na vrtečo Zemljo ostaja nespremenjena (slika 2b). Za opazovalca na Zemlji, ki se vrti skupaj z njo, Zemlja miruje, ravnino nihanja pa spreminja nihalo (slika 2c).



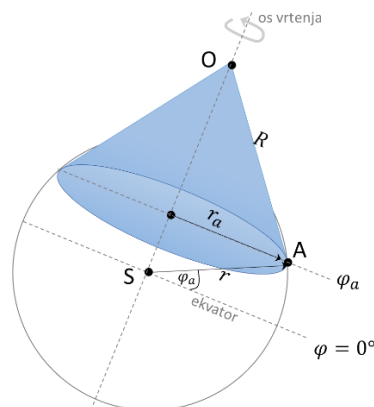
Slika 2. Ravnino nitnega nihala na severnem tečaju prikazuje rdeča puščica. Za zunanjšega opazovalca se vrti Zemlja od vzhoda proti zahodu (a). V šestih urah se Zemlja zavrti za  $90^\circ$ , ravnina nihanja je nespremenjena (b). Za opazovalca na Zemlji, le-ta miruje, ravnina nihanja se v enakem času zavrti za  $90^\circ$  od zahoda proti vzhodu [3].

Naredimo izračun po enačbi (5) še za nitno nihalo postavljeno v Murski Soboti na geografski širini  $\varphi = 46^\circ 39'$ . Ravnina nihanja bi se zavrtela za  $360^\circ$  v času 32,91 ure, v enem dnevu bi se zavrtela za  $262,5^\circ$ , v eni uri pa za  $10,9^\circ$ .

Pokažimo še, zakaj je vrtenje ravnine nihanja odvisno od geografske širine [2] kot to narekuje enačba (5). Postavimo nihalo v točko A na geografski širini  $\varphi_a$ . Na sliki 3 moder krog prečno preseka Zemljo na geografski  $\varphi_a$ , polmer kroga je enak  $r_a = r \cos \varphi_a$ , pri čemer je  $r$  polmer Zemlje ( $r = 6371$  km). Zemlja se okoli osi zavrti enkrat v času  $T_z$ , pri tem se ravnina nihala zavrti za kot, ki ustreza obsegu krožnice  $2\pi r \cos \varphi_a$ . Povežimo še

točko A s točko O na osi vrtenja Zemlje, ki je od A oddaljena za  $R = r \cot \varphi_a$ , in poiščimo čas, v katerem ravnina nihala oriše obseg  $2\pi r \cot \varphi_a$ :

$$t = T_z \frac{2\pi r \cot \varphi_a}{2\pi r \cos \varphi_a} = T_z \frac{\cos \varphi_a}{\cos \varphi_a \sin \varphi_a} = \frac{T_z}{\sin \varphi_a}.$$



Slika 3. Na poljubni geografski širini  $\varphi_a$  se ravnina nihanja v enem zvezdnem dnevu zavrti za  $2\pi r_a$ . Čas enega obrata ( $2\pi R$ ) je odvisen od geografske širine.

### Zaključek

S preprostim poskusom nihanja nitnega nihala je Foucault prikazal gibanje vrtenja Zemlje. Še več, ker je čas, v katerem se ravnina nihanja zavrti za  $360^\circ$ , odvisen od geografske širine, poskus kaže tudi na dejstvo, da je Zemlja okrogla. Dandanes namreč najdemo Foucaultova nihala v več državah na vseh celinah, običajno kot zanimivost v tehničnih muzejih, inštitutih in univerzah. Sama izvedba poskusa sicer ni tako preprosta. Potrebno je zagotoviti, da nihala na začetku, ko se nahaja v skrajni legi, ne potisnemo in mu s tem dovedemo kinetično energijo. Hkrati pa na nihalo vedno delujejo nekonzervativne sile kot je zračni upor, ki nihanje dušijo, kar lahko onemogoči, da bi opazili spremembo ravnine nihanja.

### Literatura

- [1] Britannica, T. Editors of Encyclopaedia (2017, December 15). Foucault pendulum. Encyclopedia Britannica. <https://www.britannica.com/science/Foucault-pendulum>
- [2] Strand, J. Foucaultovo nihalo, *Presek* 18(2), 80-85 (1991).
- [3] Chepurin O., iStockphoto, ID:907872762, (2018), <https://www.istockphoto.com/vector/earth-globe-arctic-and-antarctic-view-gm907872762-250084084>

# PRVE SREDNJEŠOLSKE RAZISKOVALNE NALOGE V OKVIRU PROJEKTA GOCHILE – EKSOPLANETI IN UTRIPAJOČE ZVEZDE

pom. akad. dr. Andreja Gomboc in dr. Jure Japelj,  
Fakulteta za naravoslovje, Center za astrofiziko in kozmologijo, Univerza v Novi Gorici

## Povzetek

Za nami je prvo leto uspešnih opazovanj s teleskopoma GoChile v okviru pedagoško-raziskovalnega projekta GoChile pod okriljem Univerze v Novi Gorici in astronomske revije *Spika*. Študentje in dijaki so v tem času dodobra spoznali daljinsko vodena teleskopa, nameščena v čilskem visokogorju. Pri študijskih obveznostih in v prostem času so pridobivali izkušnje z astronomskimi opazovanji ter spoznavali raziskovalni proces. Med številnimi izvedenimi projekti smo za tukajšnjo predstavitev izbrali srednješolski raziskovalni nalogi, ki sta dosegli lep uspeh na državnem srečanju mladih raziskovalcev v organizaciji Zveze za tehnično kulturo Slovenije. Raziskovalni nalogi sta temeljili na opazovanju prehoda eksoplaneta prek gostujoče zvezde in na merjenju razdalj do oddaljenih utripajočih zvezd.

## GoChile

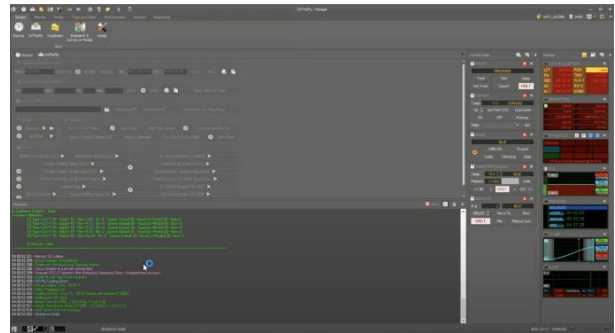
Planeti, kometi, asteroidi, kopice, meglice, galaksije, zvezde in njihove eksplozije – vse to in še več smo opazovali in raziskovali v prvem letu projekta GoChile [1]. Projekt sestavljata dva teleskopa (Tabela 1), 400-milimetrski zrcalni GoT1 in 72-milimetrski lečni GoT2, ki omogočata širok nabor astrofotografskih in raziskovalnih projektov [2]. Večino opazovanj smo izvedli z večjim GoT1, ki je za raziskovalne namene primernejši. Temne in jasne noči v povezavi z oddaljenim vodenjem (Slika 1), ki ga lahko opravljamo od koderkoli z internetno povezavo, so se izkazale za odlično kombinacijo. Prva opazovanja s teleskopom smo sicer opravili že maja 2021, a pravi preizkus nas je čakal oktobra, ko so teleskopa začeli uporabljati dijaki in študenti fizike in astrofizike na Fakulteti za naravoslovje Univerze v Novi Gorici.

Tabela 1: Osnovne lastnosti teleskopov GoT1 in GoT2

	GoT1	GoT2
<b>Tip teleskopa</b>	zrcalni	lečni
<b>Zbiralna površina</b>	400 mm	72 mm
<b>Goriščno razmerje</b>	F / 6,5	F / 5,6
<b>Vidno polje</b>	47,1' x 31,4'	3,4° x 2,2°
<b>Kamera</b>	monokromatska	barvna
<b>Filtri</b>	L, B, G, R, OIII, H $\alpha$	B+G+R, OIII+H $\alpha$

Dijaki in študentje so v tem času pri študiju, pa tudi v prostem času, opazovali številne nebesne objekte.

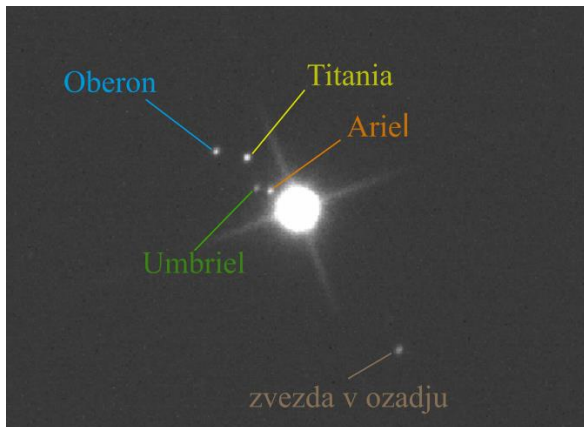
Najprej so tu telesa Osončja. Oba teleskopa imata relativno majhni goriščni razmerji, zato nista primerna za izdelavo lepih visoko ločljivih slik planetov, lahko pa opazujemo številne lune in njihovo gibanje okoli planetov (Slika 2). Opazovali smo komete, med katerimi je kraljeval komet C/2021 A1 oziroma komet Leonard, ki je bil okoli novega leta na našem nebu viden celo s prostim očesom. Ulovili smo tudi nekaj asteroidov in spremljali vesoljski teleskop James Webb pri njegovem potovanju do 1,5 milijona kilometrov oddaljene točke L2, kjer sedaj izvaja opazovanja.



Slika 1: Teleskopa GoChile upravljamo prek oddaljenega računalnika. Slika prikazuje program Voyager, s katerim izvajamo opazovanja.

Ko se ozremo proti zvezdam Galaksije in še dlje, so možnosti skoraj neomejene. Med najpriljubljenejšimi oddaljenimi cilji opazovanja so zvezde, ki gostijo eksoplanete. Dijaki so med drugim opazovali več spremenljivih zvezd, to je zvezd, ki se jim navidezni sij s časom spreminja. Večini se svetlost spreminja zaradi utripanja, spremljali pa so tudi takšne, ki se jim navidezni sij spreminja zaradi gravitacijskega lečenja. Tako za znanstvene meritve kot za astrofotografijo so zanimive kroglaste in razsute zvezdne kopice, meglice in galaksije. Ujeli smo tudi nekaj supernov.

Z opazovanjem dijaki in študenti spoznavajo korake raziskovalnega procesa. Svojo projektno idejo morajo ustrezno argumentirati ter razmisliti, kaj je pravzaprav njihov cilj. Oceniti morajo, ali je zamisel izvedljiva, poiskati morajo ustrezne objekte in predhodno načrtovati opazovanje (kdaj in s katerimi filtri želijo opazovati, koliko posnetkov potrebujejo, kako dolgi naj bodo časi osvetlitve posnetkov). Po končanem opazovanju podatke obdelajo, analizirajo in predstavijo rezultate.



Slika 2: Planet Uran s štirimi največjimi lunami, posnet s teleskopom GoT1.

Med projekti velja izpostaviti dve raziskovalni nalogi, ki sta se uvrstili na državno srečanje mladih raziskovalcev v organizaciji Zveze za tehnično kulturo Slovenije (ZOTKS) [3]. Obe nalogi sta bili zelo uspešni in kažeta na potencial projekta GoChile pri izobraževanju mladih, poglobljanju njihovega znanja in ustvarjalnosti ter pridobivanju raziskovalnih izkušenj.

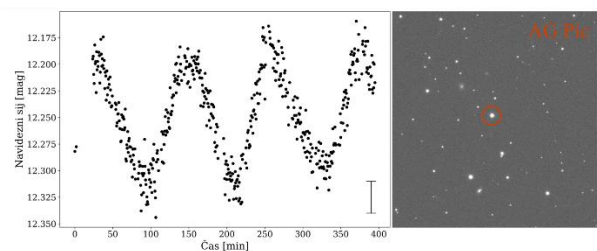
### Merjenje razdalj do utripajočih zvezd

Damjan Dovnik in Hana Brumec, dijaka 3. letnika Srednje šole Slovenska Bistrica, sta ob pomoči mentorjev mag. Marka Žigarta in dr. Jureta Japlja izmerila razdalje do petih utripajočih zvezd. Naloga z naslovom »Merjenje oddaljenosti kefeid tipa Delte Ščita« je na državnem srečanju mladih raziskovalcev prejela zlato priznanje.

Poznavanje oddaljenosti nebesnih teles je izjemno pomembno. Dve zvezdi na nebu sta lahko videti podobno svetli – imata podoben navidezni sij – čeprav se njuni oddaljenosti od nas razlikujeta za več tisoč svetlobnih let. Le znana razdalja do opazovanega objekta nam torej njegove lastnosti (med katerimi je zelo pomembno poznavanje izseva) postavi v pravi kontekst. A ogromnih razdalj v vesolju ni enostavno izmeriti. Izkaže se, da si pri tem lahko pomagamo s posebnim razredom utripajočih zvezd. Na začetku dvajsetega stoletja je ameriška astronomka Henrietta Leavitt opazovala kefeide, zvezde s periodičnim spreminjanjem sija, v bližnji galaksiji Veliki Magellanov oblak. Opazila je, da so zvezde z daljšimi periodami videti svetlejšje. In ker so bile vse kefeide v isti galaksiji, torej na bolj ali manj enaki oddaljenosti, je ugotovila, da kefeide z daljšo periodo utripanja izsevajo več svetlobe. Povezava med periodo in izsevom kefeid, ki jo je odkrila Henrietta Leavitt, je danes zelo dobro umerjena, zato jo lahko uporabimo za merjenje razdalj do oddaljenih kefeid. To naredimo tako, da poljubni

kefeidi izmerimo povprečni navidezni sij in periodo, nato pa iz povezave med periodo in izsevom preberemo izsev zvezde. S primerjavo izseva in navideznega sija zvezde naposled izračunamo njeno oddaljenost [4].

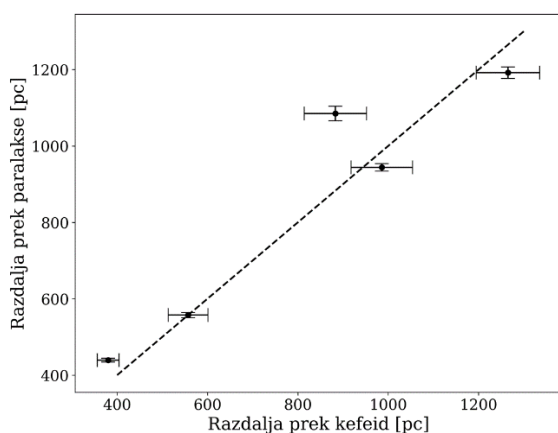
Poznamo več tipov utripajočih zvezd. Poleg klasičnih kefeid so tu tudi zvezde tipov RR Lire in Delta Ščita. Še posebej slednje so zanimive za merjenje razdalj, saj jih je v vesolju ogromno. A vprašanje je, kako dobra je povezava med izsevom in periodo teh zvezd. Damjan in Hana sta v svoji nalogi želela preveriti trdnost te povezave. V katalogu sta poiskala pet zvezd tipa Delta Ščita, ki so bile na začetku leta vidne na čilskem nebu. Pri izbiri sta bila pozorna na navidezni sij zvezd in na periodo ter amplitudo nihanja sija – temnim zvezdam z majhno amplitudo bi bilo težko natančno izmeriti periodo. Pet izbrank je utripalo s periodo okoli dveh ur. Dijaka sta vsako zvezdo opazovala vsaj eno periodo nihanja, nato sta obdelala podatke, izmerila navidezni sij zvezd ter izrisala svetlobne krivulje, to je spreminjanje navideznega sija s časom (Slika 3).



Slika 3: Levo. Periodično spreminjanje svetlosti zvezde AG Pic, predstavnice tipa Delta Ščita. Znak desno spodaj označuje običajno vrednost napake meritev. Desno. Zvezdno polje okoli zvezde AG Pic.

Ugotovila sta, da spreminjanje sija treh zvezd precej dobro opiše sinusna funkcija. Periodo sta v tem primeru izmerila s prilagajanjem sinusne funkcije podatkom. Spreminjanje sija preostalih dveh zvezd je bilo bolj zapleteno, zato sta v tem primeru odčitala periodo na roke neposredno z grafa. Izmerila sta povprečni navidezni sij zvezd in vsem meritvam ocenila napako. Nato sta v strokovni literaturi poiskala izmerjeno povezavo med periodo in izsevom zvezd tipa Delta Ščita, s katero jima je uspelo izračunati razdaljo do zvezd. Dodajmo še, da sta morala izmerjeno vrednost navideznega sija pred tem nekoliko popraviti. Svetloba zvezd se pri potovanju skozi medzvezdni prostor siplje na delcih prahu, zato se del svetlobe na poti od zvezde do nas izgubi. Dijaka sta z zemljevidov prahu v Galaksiji odčitala, koliko prahu je med nami in posamezno zvezdo, ter dobljeno vrednost uporabila za popravek navideznega sija zvezd.

Nato je prišel čas za test. Kako dobre so bile pravzaprav njune izmerjene vrednosti? Vse zvezde, ki sta jih dijaka opazovala, se nahajajo v Galaksiji. In vsem zvezdam je satelit Gaia izmeril oddaljenost na neodvisen način prek letne paralakse.<sup>1</sup> Dijaka sta primerjala svoje meritve s tistimi, ki jih je ponudil satelit, in ugotovila, da se vrednosti ne razlikujejo za več kot 20 % (Slika 4). Meritve bi lahko izboljšala z daljšim opazovanjem posameznih zvezd, s čimer bi natančneje izmerila periode. Ugotovila sta, da je vsaj za njune zvezde povezava med periodo in izsevom precej dobra. Da bi povezavo lahko zares potrdila ali ovrgla, bi morala opazovati veliko več zvezd – to je naloga, s katero se ubadajo različne raziskovalne skupine po vsem svetu.



Slika 4: Primerjava razdalj do zvezd, izmerjenih z uporabo dveh tehnik. Na abscisni osi so razdalje, ki sta jih dijaka dobila z uporabo utripanja kefeid, na ordinatni osi pa razdalje, izmerjene s satelitom Gaia. Črtna črta označuje enake vrednosti na oseh.

### Opazovanje prehoda eksoplaneta prek gostujoče zvezde

Dejan Kokanović, dijak 4. letnika I. gimnazije v Celju, je ob pomoči mentorjev prof. Romana Ocvirka in dr. Jureta Japlja opazoval in modeliral prehod eksoplaneta Wasp-19b. Z nalogo, naslovljeno »Smo v vesolju sami?«, si je prislužil srebrno priznanje na državnem srečanju mladih raziskovalcev.

Eksoplanet Wasp-19b spada med vroče jupitre, to je skupino orjaških plinastih planetov, ki krožijo izredno blizu svojih zvezd. Medtem ko glavna polos Jupitrove rahlo eliptične orbite meri približno 780 milijonov kilometrov, se Wasp-19b giblje po praktično krožni orbiti s polmerom vsega 2,5 milijona kilometrov. Wasp-19b potrebuje nekaj manj kot 19 ur, da obide zvezdo, kar ga uvršča med rekorderje v tej kategoriji. Raziskovalci so na njegovi dnevni strani izmerili temperaturo okoli 1970 stopinj Celzija.

<sup>1</sup> Letna paralaksa je navidezen premik položaja bližnjih objektov glede na ozadje bolj oddaljenih objektov, ki je posledica potovanja Zemlje okoli Sonca. Če poznamo

Eksoplanete odkrivamo na različne načine. Velike in od zvezde zelo oddaljene planete lahko slikamo neposredno. Zvezda, okoli katere se giblje eksoplanet, obenem ni povsem pri miru: planet in zvezda se gibljeta okoli skupnega masnega središča. Takšno periodično gibanje zvezde lahko opazimo z daljšim in izredno natančnim merjenjem njenega položaja. Periodično premikanje zvezde razkrije tudi njen spekter visoke ločljivosti – v njem lahko opazimo, da se absorpcijske spektralne črte, ki nastanejo v zvezdni atmosferi, periodično premikajo, kar je posledica Dopplerjevega premika. Omenjene tehnike zahtevajo profesionalne instrumente in velike teleskope. Potem je tu še četrta tehnika, ki jo izkoriščajo predvsem manjši teleskopi. V določenih primerih je orbita planeta postavljena tako, da planet včasih potuje med nami opazovalci in zvezdo. Ko planet zakrije del površine zvezde, zvezda navidezno nekoliko potemni. Prehod planeta torej pusti v svetlobni krivulji zvezde edinstven odtis, iz katerega lahko preberemo podatke tako o planetu kot o njegovi orbiti.

Planet Wasp-19b je zaradi svoje orbite in velikosti, ki nekoliko presega Jupitrovo, idealna tarča za opazovanje z manjšim teleskopom. Dejan je planet našel v spletnem katalogu ameriške Nase [5], kjer je med drugim izvedel, kdaj bo prehod viden iz observatorija El Sauce, kjer stojita teleskopa GoChile. Našel je tudi podatek, da naj bi planet pokrnil nekaj več kot 2 % zvezdne površine. To se ne sliši veliko, a so običajne vrednosti za eksoplanete še veliko manjše. Zadnji pomemben podatek je navidezni sij zvezde: le dovolj svetla zvezda nudi dovolj svetlobe, da lahko natančno merimo tako majhne spremembe sija.

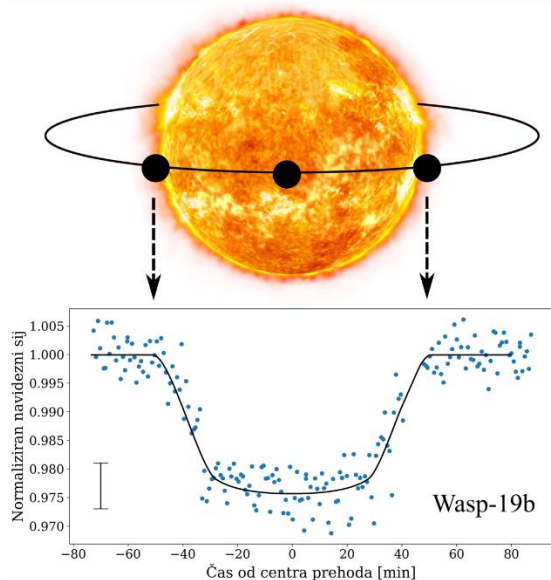
Dejan je opazovanje izvedel 13. januarja 2022. Nebo je osvetljevala skoraj polna Luna. Ker je svetlobno onesnaženje zaradi Lune manjše pri daljših valovnih dolžinah, je Dejan opazovanje izvedel skozi filter, ki prepusti le rdečo svetlobo. Opazovanje je pričel nekoliko pred napovedanim začetkom prehoda in končal nekoliko po njem. Po opazovanju je obdelal slike, izmeril navidezni sij zvezde na seriji posnetkov in izrisal svetlobno krivuljo (Slika 5).

Oblika in globina potemnitve zvezde nam povesta veliko o sistemu. Iz globine potemnitve na sredini mrka preberemo, kolikšno je razmerje med polmeroma planeta in zvezde. S pomočjo podatkov iz literature – perioda planeta, tip in velikost zvezde – ter oblike krivulje lahko izmerimo tudi veliko polos orbite in inklinacijo orbite. Dejan je za modeliranje uporabil program AstrolmageJ [6]. Izmeril je, da je polmer planeta 1,43-krat večji od polmera Jupitra,

Zemljin položaj v trenutku posameznih opazovanj bližnjih zvezd, lahko uporabimo izmerjeno paralakso za izračun njihove oddaljenosti.



da velika polos meri 2,79 milijona kilometrov in da je kot med ravnino orbite planeta in zveznico Zemlja–zvezda 7,8 stopinj. Izmerjene vrednosti za manj kot 10 % odstopajo od vrednosti iz kataloga. Zanimivo je bilo tudi opažanje, da se je prehod planeta začel deset minut pred napovedanim časom, kar kaže na to, da so dodatna opazovanja sistema smiselna, saj bomo s tem lahko natančneje določili orbito.



Slika 5: Prehod eksoplaneta Wasp-19b prek njegove zvezde, posnet s teleskopom GoT1. Modre točke predstavljajo posamezne meritve navideznega sija zvezde, črna krivulja pa najbolje prilegajoč se teoretični model. Orbita, planet in zvezda na zgornji skici niso narisani v pravem razmerju. Znak levo spodaj označuje običajno vrednost napake meritev.

Možnosti za izboljšave je še veliko. Žal program, ki ga je uporabljal Dejan, ne omogoča ocene napak modeliranih vrednosti. Obenem je opazoval le en prehod planeta, zato ni mogel izmeriti periode. To je bil prvi eksoplanet, ki smo ga opazili v okviru projekta GoChile. Izkušnje, ki smo jih pridobili, smo že uporabili pri opazovanju številnih drugih prehodov eksoplanetov. Oziramo se proti eksoplanetom, ki prekrijejo manj površine zvezde, obenem pa izvajamo tudi večkratna opazovanja prehodov istih eksoplanetov, s čimer želimo izboljšati izmerjene vrednosti orbitalnih parametrov.

### Na poti v novo šolsko leto

Prek leta smo izvedli več spletnih tečajev, kjer smo udeležencem predstavili teleskopa, potek tipičnega opazovanja, kalibracijo podatkov in osnovne astronomske meritve (kot je na primer fotometrija). Sledila so prva samostojna opazovanja, pri katerih

smo uporabnikom pomagali, nato pa so bili običajno že pripravljeni vzeti vajeti v svoje roke in začeti izvajati lastna opazovanja brez nadzora. Vodenje teleskopov se je izkazalo za zanesljivo z malo tehničnimi težavami. Število noči, dodeljenih posameznemu projektu, je seveda odvisno od cilja, giblje pa se od pol noči (tipični čas za opazovanje enega prehoda eksoplaneta) do štirih noči (opazovanje več objektov kot v primeru spremenljivih zvezd). Redki primeri, kot je dolgotrajno zasledovanje tranzientnih pojavov (supernove, gravitacijsko mikrolečenje), potrebujejo več časa. Zanimivo je opažanje, da imajo tako študenti kot dijaki največ težav s pripravami na opazovanje. Poiskati objekt, ki bo ustrezen za izvedbo zamišljenega projekta in bo obenem zadostil tehničnim pogojem (lokacija in lastnosti teleskopa), zahteva precej znanja.

Teleskopa smo dodobra spoznali in nestrpno pričakujemo vstop v novo opazovalno leto. Ob tem vas vabimo, da projekt GoChile predstavite svojim dijakom, tako začetnikom kot izkušenejšim. Astronomskim navdušencem bomo z veseljem pomagali, da spoznajo teleskopa GoChile, ju uporabijo za potep po nebu ali celo izvedejo svoj opazovalni projekt.

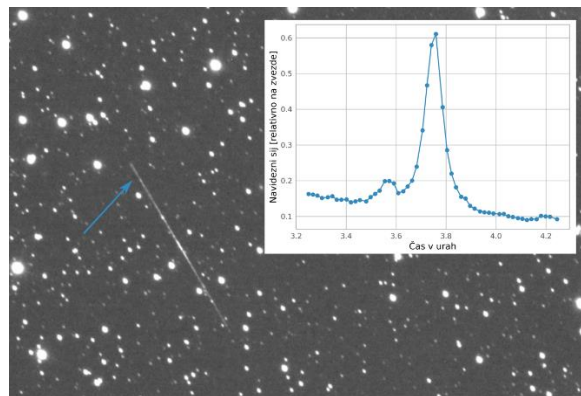
Poštni naslov: [gochile@ung.si](mailto:gochile@ung.si)



Slika 6: Spiralna galaksija M83, posneta aprila 2022 s teleskopom GoT1. Avtor: Matej Mihelčič.



Slika 7: Komet C/2021 A1 (Leonard), posnet 27. decembra 2021 s teleskopom GoT2. Avtor: Matej Mihelčič.



Slika 8: Spremljanje vesoljskega teleskopa James Webb na poti do točke L2. Navidezni sij teleskopa se med potovanjem spreminja, ker se spreminja kot med Soncem in odsevno površino teleskopa. Vesoljski teleskop smo opazovali 7. januarja, ko je bil oddaljen približno milijon kilometrov.

#### Literatura

- [1] GoChile, <https://gochile.si/> (5. 9. 2022).
- [2] Gomboc, A. (2021). GoChile – prvi slovenski teleskop v Čilu. *Fizika v šoli*, 26 (2), 49–51.
- [3] ZOTKS, <https://www.zotks.si/raziskovalci/rezultati> (5. 9. 2022).
- [4] Kefeide in P-L povezava, <http://www.astro.sunysb.edu/metchev/PHY515/cephidpl.html> (5. 9. 2022).
- [5] Katalog eksoplanetov, <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/> (5. 9. 2022).
- [6] Collins idr. (2017). AstroImageJ: Image Processing and Photometric Extraction for Ultra-precise Astronomical Light Curves. *The Astronomical Journal*, 153, 1–13.

## OSNOVNA SPEKTRALNA KLASIFIKACIJA ZVEZD

Darko Kolar, AD Kmica

### Uvod

Spektroskopija je veda, ki se ukvarja z merjenjem in interpretacijo spektra, ki nastane pri interakciji elektromagnetnega sevanja s snovjo v odvisnosti od valovne dolžine oziroma frekvence sevanja. Preko meritev gostote svetlobnega toka pri različnih valovnih dolžinah lahko iz absorpcijskih spektrov zvezd izluščimo večino fizikalnih lastnosti zvezd - od termodinamičnih pogojev v fotosferi in kemijske sestave le-te, pa do rotacije in radialne komponente hitrosti zvezde. Gre za eno izmed osnovnih ved na področju astronomije, ki nas je naučila veliko večino tega, kar danes vemo o kemijski sestavi Sonca in ostalih zvezd.

### Absorpcijski spekter

Sonce in ostale zvezde lahko v prvem približku preprosto obravnavamo kot vroče krogle v toplotnem ravnovesju. Njihovo zunanjo plast atmosfere – fotosfero, grejejo jedrske reakcije iz središča, fotosfera pa prejeta energijo oddaja s sevanjem svetlobe, podobne svetlobi, ki jo seva črno telo. Gre za zvezni spekter, ki je odvisen samo od temperature sevalca. Spektralna gostota sevanja črnega telesa je podana s Planckovim zakonom [1]

$$\frac{dF}{d\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1}, \quad (1)$$

kjer je  $h$  Planckova konstanta,  $c$  hitrost svetlobe v vakuumu,  $k$  Boltzmannova konstanta,  $\lambda$  valovna dolžina elektromagnetnega sevanja in  $T$  absolutna temperatura črnega telesa (v primeru zvezd je to efektivna temperatura fotosfere  $T_{\text{eff}}$ ).

Za razliko od zvezdne notranjosti, ki je gosta in vroča, je zunanja plast zvezdne atmosfere – fotosfera, sestavljena iz hladnejšega in redkejšega plina. Foton, ki izvira iz notranjosti zvezde, lahko na poti do opazovalca interagira z atomi fotosfere in le te vzbudi v višja energijska stanja, ali pa jih celo ionizira. Do vzbuditve oziroma ionizacije pride, če je energija fotona  $E$ , podana z zvezo

$$E = h\nu, \quad (2)$$

enaka energijski razliki dveh kvantno mehanskih stanj atoma (ali molekule). V splošnem so fotosfere bolj vročih zvezd močno ionizirane, medtem ko so v fotosferah hladnejših zvezd lahko prisotne tudi molekule kot je na primer titanijev oksid (TiO). Po vrnitvi v osnovno stanje/rekombinaciji se v naključni

smeri izseva foton z enako energijo, neto efekt več interakcij pa je tako manjši delež fotonov pri določenih valovnih dolžinah, ki jih kot opazovalci zaznamo. Končni rezultat je tako imenovan absorpcijski spekter – zvezno ozadje spektra črnega telesa s temperaturo, enako temperaturi fotosfere, v spektru pa so prisotne karakteristične absorpcijske črte. Prisotnost absorpcijskih črt je tako odvisna od kemijske sestave fotosfere, hkrati pa na njihovo obliko vplivajo tudi termodinamične lastnosti fotosfere.

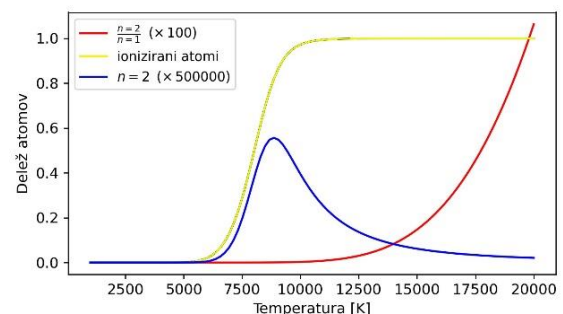
Če torej v spektru zvezde opazimo določeno absorpcijsko črto, katere valovna dolžina sovпада z energijsko razliko prehoda v nekem elementu, potem mora biti v fotosferi te zvezde prisoten zaznaven delež tega elementa v primernem energijskem stanju. Ker so zvezdne fotosfere blizu lokalnega termodinamičnega ravnovesja, lahko uporabimo Boltzmannovo enačbo [1]

$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{g_A}{g_B} \exp\left[-\frac{(E_A - E_B)}{kT_{\text{eff}}}\right], \quad (3)$$

kjer sta  $A$  in  $B$  dve energijski stanji s pripadajočima energijama  $E_A$  in  $E_B$  in statističnimi utežmi  $g_A$  in  $g_B$ , za izračun relativne zasedenosti med različnimi energijskimi stanji atoma. Z večanjem temperature plina se več delež vzbujenih atomov, a se obenem večja tudi delež ioniziranih atomov. Relativen delež atomov, ki so v  $i$ -tem stanju napram  $(i+1)$ -tem stanju, opisuje Sahina enačba [2]

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = 2 \frac{\sqrt{2\pi m_e k T_{\text{eff}}}}{n_e h^3} \frac{g_{i+1}}{g_i} \exp\left[-\frac{(E_{i+1} - E_i)}{kT_{\text{eff}}}\right], \quad (4)$$

kjer je  $m_e$  masa elektrona in  $n_e$  gostota prostih elektronov.



Slika 1: Delež vodikovih atomov v 2. vzbujenem stanju, delež ioniziranih atomov vodika in razmerje deležev atomov vodika v 2. in 1. vzbujenem stanju v odvisnosti od temperature.

Vpliv temperature na energijska stanja atomov in odrajanje le-teh na spektru nazorno prikaže na primer Balmerjeva serija. Črte Balmerjeve serije so v spektru vidne, če se v fotosferi zvezde nahajajo atomi vodika, ki so v drugem vzbujenem stanju. Če je temperatura fotosfere prenizka, potem je večina atomov v osnovnem stanju in tako ne morejo absorbirati Balmerjevih fotonov. V nasprotnem primeru previsoke temperature fotosfere pa je večina atomov ioniziranih in absorpcija Balmerjevih fotonov spet ni mogoča, slika 1.

Če torej apliciramo Boltzmannovo (3) in Sahino enačbo (4) na vodik, opazimo, da plin vodika preide iz večinoma nevtralnega v večinoma ioniziranega v temperaturnem območju od 8000 K do 12000 K. Opažen trend hkrati pojasni tudi, zakaj so črte Balmerjeve serije najbolj izrazite ravno v zvezdah, katerih fotosfere imajo temperature v tem območju.

### Spektroskopi in spektralna klasifikacija zvezd

Osnovna naloga vsakega spektroskopa je razklon svetlobe zvezde v spekter z uporabo prizme ali uklonske mrežice. Razklonjeno svetlobo se tipično posname s CCD detektorjem, resolucija tako dobljenega spektra pa je definirana kot

$$R = \lambda / \Delta\lambda, \quad (5)$$

kjer je  $\Delta\lambda$  najmanjša razlika v valovni dolžini, ki jo lahko razločimo pri valovni dolžini  $\lambda$ .

V primeru spektroskopa na osnovi uklonske mrežice ima slednja reže razporejene na razmiku, podobnem valovni dolžini opazovane svetlobe. Če svetlobni žarek zadane mrežico pravokotno se ukloni v središčni ničti red, višji redovi pa si sledijo pod koti  $\beta$ , tako da je vedno izpolnjen pogoj konstruktivne interference

$$d \sin \beta = n\lambda, \quad (6)$$

kjer je  $d$  razmik med črtami mrežice,  $n$  pa številka redu.

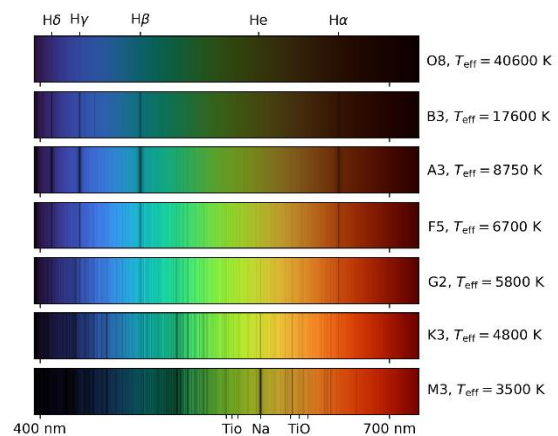
Zvezde lahko na podlagi podobnosti v spektrih razdelimo v različne spektralne razrede. Osnova moderne klasifikacije zvezd je sistem Harvardske klasifikacije. Sistem temelji na absorpcijskih črtah, ki so v veliki meri občutljive le na efektivno temperaturo fotosfere.

Primer takih črt so črte Balmerjeve serije vodika in črte molekule titanijevega oksida (TiO). Glavni

razredi klasifikacije so označeni z velikimi črkami v zaporedju

$$O - B - A - F - G - K - M, \quad (7)$$

kjer O označuje najbolj vroči razred s temperaturami  $\sim 40000$  K, M pa najhladnejši razred s temperaturami  $\sim 3000$  K. Glavni razredi se naprej delijo na podrazrede, označene z arabskimi števkami od 0 (najbolj vroče zvezde razreda) do 9 (najhladnejše zvezde razreda). Osnovne značilnosti spektrov nekaterih razredov so prikazane na sliki 2.



Slika 2: Barvne vizualizacije spektrov zvezd različnih spektralnih tipov, ki se med sabo ločijo le po efektivni temperaturi.

Že enostavne barvne vizualizacije spektrov lepo prikažejo glavne razlike med različnimi spektralnimi tipi: črte helija so vidne le na spektrih najbolj vročih zvezd (tipa O in B), črte vodika so najmočnejše pri spektralnem tipu A, črta natrijevega dubleta pa je najmočnejša v spektrih hladnejših zvezd (tipa K in M). V spektrih najhladnejših zvezd so opazna še območja zgoščenih črt, tako imenovanih molekularnih pasov (prikazani so nekateri pasovi molekule titanijevega oksida), ki nastanejo zaradi kompleksnih molekularnih rotacijskih in translacijskih prehodov.

### Literatura

- [1] H. Karttunen, P. Kröger, H. Oja, M. Poutanen in K. Donner, *Fundamental Astronomy* (Springer Berlin Heidelberg, 2007).
- [2] B. Draine, *Physics of the Interstellar and Intergalactic Medium*, Princeton Series in Astrophysics (Princeton University Press, 2010).

## KAKO SMO DOBILI LUNO

*pom. akad. dr. Primož Kajdič*

*Oddelek za vesoljske znanosti, Narodna avtonomna mehiška univerza*

Zemlja in Luna sestavljata edinstven sistem. Slednja ima le 81-krat manjšo maso od našega planeta, razmerje njunih polmerov pa je 1 proti 4. Gre za največji taki razmerji med vsemi planeti v Osončju. Obe telesi se po zgradbi močno razlikujeta. Naš naravni satelit vsebuje le majhno železno jedro, katerega masni delež je komaj 1 %, njegov polmer pa le 20 % Luninega. Pri Zemlji sta ti dve številki enaki 50 % ter 30 %. Zaradi tako majhnega jedra je povprečna gostota Lune enaka le  $3,6 \text{ g/cm}^3$ , medtem ko je ta vrednost pri Zemlji bistveno višja, kar  $5,5 \text{ g/cm}^3$ . Obe telesi imata še eno posebnost, namreč izredno veliko vrtilno količino. Gre za lastnost teles, ki se bodisi vrtijo okoli lastne osi, bodisi krožijo okoli drugega telesa. Če izračunamo seštevek te količine za Luno in Zemljo, dobimo nenavadno visoko vrednost, kar kaže na to, da se je ob trenutku nastanka Lune naš planet vrtel dokaj hitro. Lunina posebnost je tudi, da je bila ob nastanku vsaj deloma staljena in da jo je prekrival globok ocean magme.

O nastanku Lune obstaja veliko hipotez. Večina njih je bila za znanstvenike sprejemljiva vse do programa Apollo, ki je na naš satelit ponesel prve astronave. Med njimi najdemo hipotezo hkratnega nastanka z akrecijo, hipotezo fizije oziroma cepitve ter hipotezo ujetja. Vzorci kamnin, ki so jih ameriški astronauti prinesli na Zemljo, so pokazali izjemno podobno kemijsko sestavo Lunine in Zemljine skorje ter še druge posebnosti, zaradi česar so te hipoteze postale malo verjetne. Kljub temu jih na kratko omenimo.

Verjetno je, zaradi svoje enostavnosti, še najbolj privlačen predlog, da sta Luna in Zemlja nastali hkrati in sicer zaradi gravitacijskega kolapsa snovi v protoplanetarnem disku, ki je pred 4,6 milijardami let obkrožal nastajajoče Sonce. Vendar takoj pridemo do prve težave. Namreč, če bi Luna in Zemlja nastali hkrati kot posledica identičnega procesa ter na približno isti razdalji od Sonca, bi imeli enako strukturo ter podobno povprečno gostoto.

Alternativno hipotezo o nastanku Lune je že leta 1879 predlagal znanstvenik Sir George Darwin, angleški astronom ter sin bolj znanega Charlesa Darwina. To je tako imenovana hipoteza fizije oziroma cepitve, po kateri naj bi se zelo mlada proto-Zemlja vrtela izjemno hitro, kar naj bi imelo kot posledico močno centrifugalno silo na ekvatorju. To je sila, ki jo občutimo vsakič, ko z avtom zapeljemo v ovinek, zaradi nje pa naj bi bila mlada Zemlja izjemno sploščena. Velikost te sile morala biti na ekvatorju le malo manjša od Zemljinega gravitacijskega privlaka. Darwin je špekuliral, da so plimske sile Sonca na nastajajoči Zemlji povzročile še dodatno izbočenje dela njene površine, zaradi česar se je v določenem trenutku del površja ločil od preostalega planeta in začel krožiti okoli njega.



Slika 1: Polna luna. (vir: NASA)

Geolog Osmond Fisher se je leta 1889 oprl na Darwinovo hipotezo ter predlagal, da je kot posledica te cepitve nastala kotanja, kjer se danes nahaja Tihy oziroma Pacifiški ocean. Ta hipoteza je bila pozneje ovržena, saj so izračuni pokazali, da je že omenjena skupna vrtilna količina Zemlje in Lune premajhna za tak scenarij.

Tretja hipoteza predlaga, da sta Zemlja in Luna nastali na zelo različnih heliocentričnih razdaljah in da se je v danem trenutku Luna našemu planetu močno približal ter ostal ujet v orbiti okoli njega.

Glavna težava s to hipotezo je, da je tako ujetje izredno malo verjetno, saj se bližnje srečanje dveh nebesnih teles z ogromno verjetnostjo konča z njunim trkom. Drugi problem je dejstvo, da sta si sestava Lunine ter Zemljine skorje izjemno podobni, kar bi bilo nemogoče, če bi obe telesi nastali na zelo različnih lokacijah v Osončju.

Tako se danes večina znanstvenikov ogreva za četrto možnost – namreč, da je Luna nastala kot posledica trka Zemlje z drugim planetarnim telesom. To hipotezo je prvokrat predlagal kanadski geolog Reginald Aldworth Daly in sicer že leta 1946, vendar je znanstvena srenja vse do 70-tih let 20. stoletja ni jemala resno. Preobrat se je zgodil leta 1974, ko sta ameriška astronoma William Kenneth Hartmann ter Donald R. Davis to hipotezo oživila. Ta znanstvenika sta v svoji raziskavi pokazala, da je v zgodnjem Osončju obstajalo ogromno teles s premeri od 100 pa vse do 3000 kilometrov. Eno takih naj bi v obdobju med 10 do 100 milijonov let po nastanku Osončja zadelo Zemljo. Izračunala sta, da če bi polmer tega telesa znašal 1200 kilometrov, njegova hitrost glede na Zemljo pa 13 kilometrov na sekundo, bi zaradi trka v prostor okoli našega planeta odletelo kar za dve Lunini masi snovi. Ta snov bi izvirala večinoma iz Zemljine skorje ter zgornjih plasti plašča, kar bi razložilo majhne količine železa na Luni. Ob trku naj bi se okrog našega planeta ustvaril oblak snovi, ki se je sčasoma zgostil v Luno.

Tej hipotezi danes pravimo hipoteza velikega impakta in je skozi leta doživela mnogo sprememb. Znanstveniki so hipotetično telo, ki naj bi se zaletelo v Zemljo, poimenovali Teja – po eni izmed Titanov, materi Selene, grške boginje Lune. Danes znanstveniki menijo da je bila Teja veliko večja od prvotnih ocen, saj naj bi po velikosti bila podobna Marsu. V Zemljo naj bi se zaletela s hitrostjo med 11 in 15 kilometrov na sekundo, kar je sprostito dovolj energije, da je večina kamnite snovi na Zemljo preprosto izparela. Te izparine naj bi odneslo vse do razdalje kar 130.000 kilometrov, njihova temperatura pa je znašala med 2000 in 4000 K. Ta snov je sčasoma bodisi padla nazaj na Zemljo, bodisi je iz nje nastala Luna.

Večina ocen za dolžino obdobja v katerem bi iz izparin nastala Luna segajo od nekaj deset pa do nekaj sto let. Te ocene je na glavo postavil znanstveni članek, ki je bil oktobra letos objavljen v prestižni znanstveni reviji *The Astrophysical Journal*.

V njem je skupina znanstvenikov pod vodstvom Jacoba Kegerreisa z Univerze Durham v Veliki Britaniji objavila rezultate najnovejše raziskave, kjer so nastanek Lune simulirali z najnatančnejšimi računalniškimi simulacijami do danes. Simulacije so pokazale možnost, da je Luna nastala praktično takoj po velikem impaktu. Ta formacija bi lahko trajala le nekaj ur, končni rezultat pa bi bilo telo katerega masa ter vsebnost železa bi bili podobni tisti, na našem satelitu.



Slika 2: Računalniška simulacija trka Teje z Zemljo. (vir: Jacob Kegerreis)

Če bodo bodoče raziskave potrdile ta izjemno hiter scenarij nastanka Lune, bo to pomembno doprineslo tudi k razumevanju evolucije same Zemlje ter življenja na njej.

#### Nadaljnja čtiva za najbolj radovedne

- [1] Inside the Moon, NASA Science, <https://moon.nasa.gov/inside-and-out/what-is-inside-the-moon/>
- [2] Lognonné, P, Johnson, C. L., Planetary Seismology, Treatise on Geophysics, 2nd Edition, Edited by Gerald Schubert. ISBN: 978-0-444-53803-1, Elsevier, 2015, p.65-120, 2015.
- [3] Ringwood, A. E., Origin of the Moon: The precipitation hypothesis, Earth and Planetary Science Letters, Volume 8, Iss. 2, p. 131-140, 1970
- [4] Hartmann, W. K. and Davis, D. R., "Satellite-Sized Planetesimals and Lunar Origin", Icarus, vol. 24, no. 4, pp. 504–515, 1975. doi:10.1016/0019-1035(75)90070-6.
- [5] Cameron, A. G. W. and Ward, W. R., "The Origin of the Moon", vol. 7, p. 120, 1976.
- [6] Cameron, A. G. W., "The Origin of the Moon and the Single Impact Hypothesis V", Icarus, vol. 126, no. 1, pp. 126–137, 1997.
- [7] Canup, R. M., "Origin of the Moon", arXiv e-prints, 2021.
- [8] Wise, D. U., »Origin of the Moon by Fission«, The Earth-Moon System; Published by Plenum Press, New York, NY USA, 1966, p.213

## VZTRAJNOSTNI MOMENT ZEMLJE

doc. dr. Vladimir Grubelnik<sup>1</sup> in prof. dr. Robert Repnik<sup>2</sup>

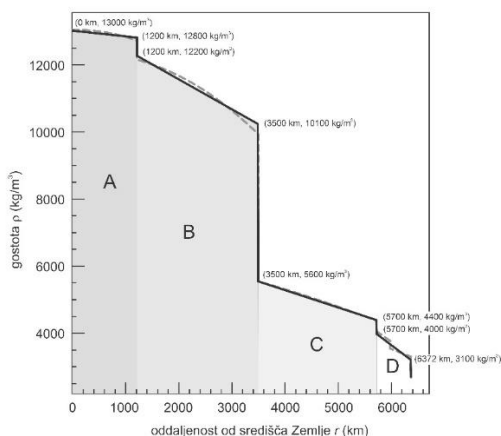
<sup>1</sup>Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, UM, <sup>2</sup>Fakulteta za naravoslovje in matematiko, UM

### Uvod

Rotacijsko gibanje Zemlje okoli vrtilne osi je dobro poznano. V kolikor želimo določiti njeno rotacijsko kinetično energijo ali opisati dolgoletne spremembe v njeni rotaciji [1], moramo poznati vztrajnostni moment okoli osi vrtenja. Vztrajnostni moment je odvisen od mase snovi in njene razporeditve glede na os vrtenja [2]. V nadaljevanju bomo pokazali izračun vztrajnostnega momenta Zemlje okoli njene rotacijske osi. Zemljo bomo obravnavali kot togo nehomogeno telo s krogelno simetrijo, ki se vrti okoli stalne osi. Najprej si bomo ogledali radialno porazdelitev gostote v njeni notranjosti [3], nato pa na podlagi tega izračunali vztrajnostni moment in ga primerjali z vrednostmi drugih izračunov [4].

### Porazdelitev gostote snovi v notranjosti Zemlje

Zemljo obravnavamo kot nehomogeno telo s krogelno simetrijo. Upoštevamo znano radialno porazdelitev gostote Zemljine notranjosti  $\rho(r)$ , ki je bila pridobljena na podlagi geofizikalnih metod s širjenjem potresnih valov [3]. Geofiziki že vrsto let spremljajo potrese in širjenje seizmičnih valov skozi Zemljino notranjost. Na podlagi širjenja in uklanjanja teh valov so določili gostoto snovi na različnih globinah v notranjosti Zemlje. Rezultati numerične integracije enačb [3], ki vključujejo poznavanje hitrosti primarnih in sekundarnih potresnih valov, so prikazani na sliki 1.



Slika 1: Radialna porazdelitev gostote v notranjosti Zemlje (A – notranje trdno jedro, B – zunanje tekoče jedro, C – spodnji del plašča, D – zgornji del plašča s skorjo). Rezultati, pridobljeni na podlagi izmerjenih hitrosti potresnih valov in numerične integracije Adams-Willimason enačbe [3], so prikazani s črtkano črto. Aproximacija linearnega spreminjanja gostote znotraj posameznega območja je prikazana s polno črto.

Notranjost Zemlje smo razdelili na posamezna območja (A – notranje trdno jedro, B – zunanje tekoče jedro, C – spodnji del plašča, D – zgornji del plašča s skorjo) in predpostavili, da znotraj določenega območja gostota enakomerno pada glede na oddaljenost od središča Zemlje (glej sliko 1). Vrednosti gostot za posamezna območja so podane tudi v tabeli 1. Vrednosti  $R_{1,i}$  in  $\rho_{1,i}$  določata začetek, vrednosti  $R_{2,i}$  in  $\rho_{2,i}$  pa konec  $i$ -te plasti glede na središče Zemlje.

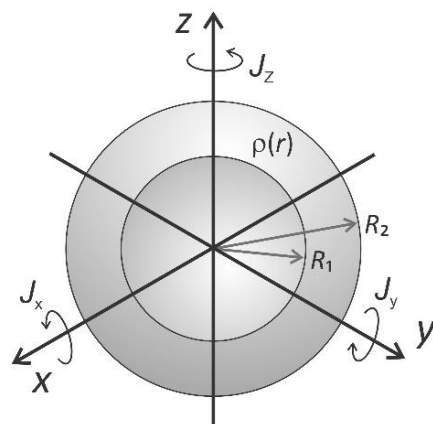
### Vztrajnostni moment krogelne plasti okoli stalne središčne osi

Pri izračunu vztrajnostnega momenta krogelno simetričnega telesa (slika 2) upoštevamo, da je vztrajnostni moment telesa okoli  $x$  – osi enak vztrajnostnemu momentu telesa okoli  $y$  – osi in  $z$  – osi:

$$J_x = J_y = J_z. \quad (1)$$

Ob upoštevanju, da so vztrajnostni momenti okoli posameznih osi enaki (enačba 1), lahko zapišemo, da je vztrajnostni moment telesa okoli ene izmed osi, ki gre skozi središče telesa, enak:

$$J = \frac{J_x + J_y + J_z}{3}. \quad (2)$$



Slika 2: Krogelna plast ( $R_1 \leq r \leq R_2$ ) s spreminjajočo se gostoto  $\rho(r)$ . Vztrajnostni momenti okoli posameznih osi so med seboj enaki  $J_x = J_y = J_z$ .

Zapišimo vztrajnostne momente telesa okoli  $x$ ,  $y$  in  $z$  osi:

$$J_x = \int (y^2 + z^2) dm, \quad (3a)$$

$$J_y = \int (x^2 + z^2) dm, \quad (3b)$$

$$J_z = \int (x^2 + y^2) dm. \quad (3c)$$

Enačbe (3) vstavimo v enačbo 2 in dobimo:

$$J = \frac{2}{3} \int (x^2 + y^2 + z^2) dm. \quad (4)$$

Če upoštevamo še, da je  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ ,  $dm = \rho dV$  in  $dV = 4\pi r^2 dr$ , je vztrajnostni moment enak:

$$J = \frac{2}{3} 4\pi \int \rho(r) r^4 dr, \quad (5)$$

Predpostavimo, da se gostota snovi v posamezni plasti linearno spreminja (glej sliko 1):

$$\rho_i(r) = \rho_{1,i} + k_i(r - R_{1,i}), \quad i = A, B, C, D. \quad (6)$$

pri čemer je:

$$k_i = \frac{\rho_{2,i} - \rho_{1,i}}{R_{2,i} - R_{1,i}}. \quad (7)$$

Enačbo (6) vstavimo v enačbo (5) in z integriranjem dobimo vztrajnostni moment za posamezno  $i$ -to plast krogelne lupine ( $R_{1,i} \leq r \leq R_{2,i}$ ) z linearno spreminjajočo se gostoto:

$$J_i = \frac{8}{3} \pi \left[ \frac{\rho_{1,i} - k_i R_{1,i}}{5} (R_{2,i}^5 - R_{1,i}^5) + \frac{k_i}{6} (R_{2,i}^6 - R_{1,i}^6) \right], \quad (8)$$

$i = A, B, C, D.$

### Vztrajnostni moment Zemlje okoli vrtilne osi

Iz enačbe (8) in gostote snovi v notranjosti Zemlje (slika 1), lahko izračunamo vztrajnostni moment Zemlje okoli vrtilne osi. V tabeli 1 so podane vrednosti koeficientov  $k_i$  in vztrajnostni momenti  $J_i$  za posamezno plast v notranjosti Zemlje.

**Tabela 1:** Gostota snovi,  $k_i$  in vztrajnostni moment za posamezne plasti na sliki 1. Vrednosti ( $R_{1,i}$ ,  $\rho_{1,i}$ ) določata začetek, vrednosti ( $R_{2,i}$ ,  $\rho_{2,i}$ ) pa konec  $i$ -te plasti glede na središče Zemlje.

Območje $i$	A	B	C	D
$R_{1,i}$ (km)	0	1200	3500	5700
$R_{2,i}$ (km)	1200	3500	5700	6372
$\rho_{1,i}$ (kg/m <sup>3</sup> )	13000	12200	5600	4000
$\rho_{2,i}$ (kg/m <sup>3</sup> )	12800	10100	4400	3100
$k_i = \frac{\rho_{2,i} - \rho_{1,i}}{R_{2,i} - R_{1,i}}$ (kg/m <sup>4</sup> )	-1,67 10 <sup>-4</sup>	-9,13 10 <sup>-4</sup>	-5,45 10 <sup>-4</sup>	-1,34 10 <sup>-3</sup>
$J_i$ (kgm <sup>2</sup> )	5,4 · 10 <sup>34</sup>	9,3 · 10 <sup>36</sup>	4,4 10 <sup>37</sup>	2,6 10 <sup>37</sup>

Vztrajnostni moment Zemlje je v tem primeru vsota vztrajnostnih momentov posameznih plasti:

$$J = \sum_i J_i = J_A + J_B + J_C + J_D = 8,0 \cdot 10^{37} \text{ kgm}^2. \quad (9)$$

Rezultat se dobro ujema z vrednostmi izračunanimi po različnih metodah, v modelu elipsoida, katerega glavna os največjega vztrajnostnega momenta oklepa z rotacijsko osjo kot 0,184° [4]. Največja razhajanja od  $8,0 \cdot 10^{37} \text{ kgm}^2$  so okoli 0,5 %.

Če zapišemo vztrajnostni moment v obliki  $J = jMR^2$  in pri tem upoštevamo, da je masa Zemlje  $M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  in polmer  $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ , dobimo:

$$j = \frac{J}{MR^2} = 0,33. \quad (10)$$

### Zaključek

V prispevku smo predstavili izračun vztrajnostnega momenta krogelne plasti s spreminjajočo se gostoto pri vrtenju okoli stalne središčne osi. Izpeljano enačbo smo uporabili za izračun vztrajnostnega momenta Zemlje okoli njene vrtilne osi, pri čemer smo upoštevali spreminjajočo se gostoto snovi v notranjosti Zemlje. Dobljen rezultat se dobro ujema z drugimi izračuni vztrajnostnega momenta [4], kar priča o tem, da je predpostavljeno linearno spreminjanje gostote snovi znotraj posamezne plasti Zemlje dobra aproksimacija. V kolikor dobljen rezultat, zapisan v obliki  $j = J/MR^2 = 0,33$ , primerjamo z rezultatom za homogeno kroglo  $j = J/MR^2 = 2/5 = 0,4$  [2], vidimo, da je dejanski vztrajnostni moment Zemlje manjši, kot bi bil v primeru homogenega telesa. Dobljen rezultat je pričakovan, saj iz slike 1 vidimo, da je večji delež mase Zemlje bliže vrtilšču, kot bi bil v primeru homogene krogle. Spreminjanje strukture notranjosti Zemlje se navaja tudi kot eden izmed vzrokov za časovna odstopanja pri podaljševanju rotacijskega časa za 1,8 ms na stoletje. To je manj od vrednosti, predvidene na podlagi plimskega trenja, ki znaša 2,3 ms na stoletje [1].

### Literatura:

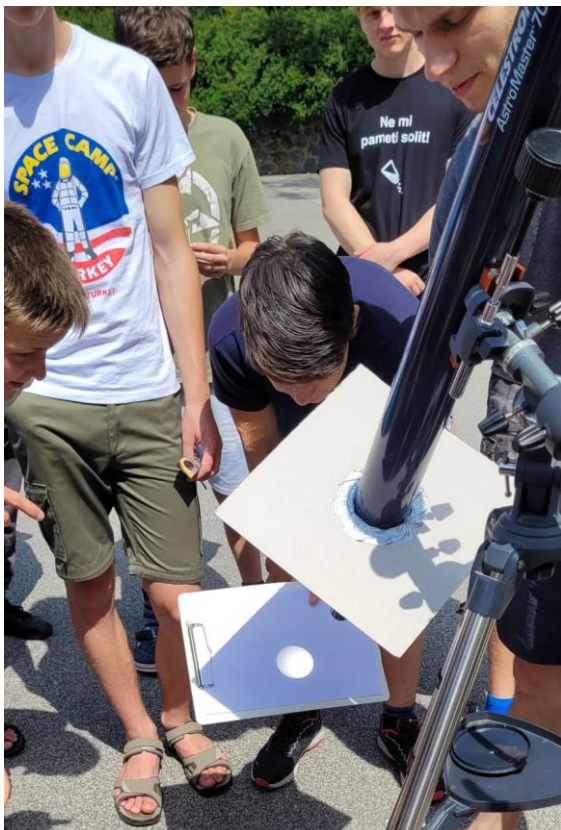
- [1] F.R. Stephenson, L.V. Morrison in C.Y.Hohenkerk (2016). Measurement of the Earth's rotation: 720 BC to AD 2015. Royal Society, 472, 2196. <https://doi.org/10.1098/rspa.2016.0404>
- [2] Wikipedia (2021). [https://en.wikipedia.org/wiki/Moment\\_of\\_inertia](https://en.wikipedia.org/wiki/Moment_of_inertia)
- [3] O. Besida (2012). The road toward a general relativistic metric inside the Earth and its effect on neutrino travel from CERN to GRAN-SASSO Laboratory. arXiv: 1205.0930. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1205.0930>
- [4] C. Liu, C. Huang in M. Zhang (2017). The principal moments of inertia calculated with the hydrostatic equilibrium figure of the Earth. Geodesy and Geodynamics. Volume 8, Issue 3, May 2017, Pages 201-205. <https://doi.org/10.1016/j.geog.2017.02.005>



## UTRINKI Z MLADINSKEGA ASTRONOMSKEGA TABORA KMICA 2022

Rok Vogrinčič, AD Kmica

Od ponedeljka, 27. junija, do petka, 1. julija, je na Osnovni šoli Gornji Petrovci potekal tradicionalni Mladinski astronomski tabor Kmica, ki ga je Zveza za tehnično kulturo Slovenije izvedla v sodelovanju z Astronomskim društvom Kmica iz Murske Sobote. Tabora se je letos udeležilo kar 23 otrok iz vseh koncev Slovenije, od teh je bila večina osmošolcev in devetošolcev. Po prihodu vseh udeležencev nas je ravnatelj OŠ Gornji Petrovci, g. Johann Laco prijazno sprejel v šolo ter tabor uradno otvoril. Udeleženci tabora so se glede na svoje predznanje in zanimanja razdelili v štiri skupine, to so: osnove astronomije, ki jo je vodila Ana Mištrafovič; astrofotografija, ki jo je vodil Jurij Šumak; astrofizika, ki jo je vodil Darko Kolar in radijska astronomija, ki jo je vodil Rok Vogrinčič.



Slika 1: Opazovanje Sonca s teleskopom s pomočjo projekcije.

Pri osnovah astronomije so udeleženci spoznali nastanek vesolja, evolucijo zvezd, ustvarili model Osončja na šolskem igrišču, kjer so zarisali razdalje med planeti v pravem razmerju, spoznali ozvezdja, pojem paralakse, kako nastanejo Lunine mene, zakaj pride do menjave letnih časov na Zemlji,

naučili pa so se tudi kako sestaviti in uporabljati teleskop.

Pri astrofotografiji so udeleženci spoznali metode obdelave posnetkov planetov narejenih skozi teleskop, opazovali in fotografirali so Sonce, ponoči pa so naredili nekaj lepih fotografij nebesnih objektov.

Skupina astrofizika je za razliko od ostalih, večino časa preživela za računalniki, na katerih so s pomočjo programskega jezika Python ustvarjali računalniške simulacije Zemljine orbite okoli Sonca, pri različnih fizikalnih pogojih. Pri radijski astronomiji so udeleženci spoznali osnove elektrotehnike in delovanja anten, Morsejevo abecedo, sestavili in preizkusili so anteno za merjenje bliščev na Soncu, na bližnjem griču pa postavili kar dve 7-metrski anteni za merjenje emisij z Jupitra.



Slika 2: Udeleženci sestavljajo anteno za opazovanje bliščev na Soncu.



Slika 3: Nočno opazovanje.

Vsak večer smo v primeru lepega vremena vsi migrirali proti bližnjemu griču, do opazovalnice Pindža, s katere smo opazovali nočno nebo. Goričko nebo zares predstavlja še enega redkih delov neokrnjene narave, saj je število zvezd na jasnem nočnem nebu veliko večje, kot marsikje drugod po Sloveniji. Upamo tudi, da bo tako ohranjeno ostalo

še za naslednje generacije. Tekom nočnih opazovanj so se udeleženci učili orientacije po nebu, spoznali so svetlejše zvezde in ozvezdja, ki jih slednje sestavljajo. S teleskopi smo opazovali zvezde, plinske meglice, galaksije in zvezdne kopice.

V jutranjih urah pa nam je nebo postreglo s kar tremi planeti. Jupiter, Saturn in Mars so bili hkrati na jutranjem nebu in so bili zato enostavne tarče za naše teleskope. Pogled na njih je bil zares osupljiv. Opazovanja so trajala do zgodnjih jutranjih ur, včasih nas je pred spanjem že pozdravilo Sonce.

Vsaka večer smo organizatorji tabora pripravili tudi poljudno-znanstveno predavanje. Rok Vogrinčič je predaval o Zemlji, Luni in Soncu ter o pomembnih vprašanih povezanih z njimi. Darko Kolar je predaval o črnih luknjah, o njihovem nastanku in delitvi ter kako so ustvarili prvo sliko črne luknje. Jurij Šumak je predaval o eksoplanetih, kako jih opazujemo in kako izmerimo njihove fizikalne lastnosti.



Slika 4: Teleskop Ritchey-Chrétien, s premerom 35 cm.



Slika 5: Skupina radijska astronomija sestavlja anteni za opazovanje emisij z Jupitra.

Zaključno slavnostno predavanje pa je pripravila pom. akad. dr. Andreja Gomboc, ki je predavala o

tranzientnih objektih, kaj so, kako jih zaznamo, kakšna je usoda astronomije tranzientov, na koncu pa je predstavila še projekt GoChille, kjer tudi sama aktivno sodeluje.



Slika 6: Športne aktivnosti na taboru.

Naš tabor ni namenjen samo učenju, temveč tudi sklepanju novih prijateljstev in sprostitvi, zato smo za udeležence vsak dan tabora pripravili zabavne športne in miselne igre, v katerih so udeleženci tekmovali po skupinah. Ekipe Zvezdice, Breskvice, Marsovci, Neimenovani in Lüft, so tekmovali v nogometu, košarki, astronomsko obarvanem Activity-ju, v igri papir-škarje-kamen in v streljanju raket na vodni pogon.

Izvedli smo tudi ekskurzijo na observatorij Magašov brejg, kjer nam je lastnik observatorija, g. Igor Vučkič, predstavil svoj teleskop tipa Ritchey-Chrétien, s premerom 35 cm. Po ogledu observatorija smo nadaljevali z zabavnim programom v Murski Soboti, kjer smo igrali bowling, jedli pico, potem pa smo šli še v kino.

Ob zaključku tabora sta nas nagovorila predsednik Astronomskega društva Kmica, prof. dr. Mitja Slavinec ter župan občine Gornji Petrovci g. Franc Šlihthuber. Udeleženci so potem predstavili svoje delo na taboru, temu pa je sledila podelitev priznanj, ki so jih prejeli udeleženci, mentorji in organizatorji tabora. Tabor smo zaključili z manjšo pogostitvijo ter z ogledom atraktivne izstrelitve rakete na trdi pogon na bližnjem travniku.

Mladinski astronomski tabor Kmica 2022 je bil po naših ocenah ter po mnenju udeležencev zelo uspešen. Udeleženci so s tabora odnesli veliko novega znanja in uporabnih veščin, ki jim bodo zagotovo koristile predvsem pri naravoslovnih predmetih. Še bolj pomembno pa je, da so našli nove prijatelje, s katerimi se bodo lahko spet srečali na naslednjem Kmicinem taboru 2023. Se vidimo kmalu.

# MOČ GRAVITACIJSKIH VALOV PARA ČRNIH LUKENJ

doc. dr. Milan Ambrožič, Osnovna šola Solkan, Šolska ulica 25, Solkan

## Uvod

Napoved obstoja in matematični opis gravitacijskih valov (GV) izhajata iz splošne relativnostne teorije (SRT). Albert Einstein, ki je GV napovedal, še ni mogel vedeti, ali so fizikalna realnost in ali jih bo sploh mogoče kdaj opazovati. Sto let kasneje, 14. 9. 2015, so po desetletjih raziskovalnih in konstrukcijskih naporov GV prvič zaznali z napravo LIGO (laser interferometer gravitational-wave observatory). To je par laserskih interferometrov v okrog 3000 km oddaljenih ameriških mestih Hanford in Livingstone: prvo mesto je ob Pacifiku, drugo pa ob Atlantiku. Vsak od obeh detektorjev ima po dva kraka z dolžino 4 km. Po dodatnih preverjanjih in računih so dobljene rezultate uradno objavili dne 11. 2. 2016. Za to delo so jeseni 2017 Nobelovo nagrado za fiziko prejeli Reiner Weiss, Barry C. Barish in Kip S. Thorne [1–6].

Čprav je tehnologija interferometra zaradi potrebe po izjemni dolžinski ločljivosti zelo zapletena, pa je fizikalna osnova njegovega delovanja dokaj preprosta. Gravitacijski val, ki deformira prostor, tako da ga lokalno izmenično širi in krči [2], povzroči razliko dolžin obeh krakov glede na vpadno smer. Zaradi te razlike oba delna laserska žarka v krakih nista več fazno skladna, ko se spet združita, kar detektor zazna kot signal.

Tu nas ne zanima detekcija GV, temveč samo del opisa njihovega nastanka, ko dve dovolj masivni nebesni telesi krožita eno okrog drugega. Glede detekcije GV omenimo le še, da ima par detektorjev na veliki razdalji dve poglavitni prednosti pred enim samim detektorjem: 1) podobna signala pri obeh potrjujeta, da gre res za signal iz vesolja in ne za lokalno motnjo; 2) zaradi časovnega zamika signala med detektorjema lahko ugotovimo približno smer, od koder je GV prišel.

## Izpeljava enačbe za moč sevanja GV

Izračunajmo, kako zelo masivni nebesni telesi, npr. črni luknji (ČL), ki krožita ena okrog druge, oddajata energijo z gravitacijskimi valovi (GV). Masi teles sta  $m_1$  in  $m_2$ , razdalja med njima pa je  $r$ . Ne bomo šli skozi celotno izpeljavo od osnov SRT naprej, ker je to za takšen članek preobsežno in prezahtevno, temveč bomo za začetek postavili enačbo za moč sevanja GV, ki spominja na moč sevanja elektromagnetnega valovanja (EMV) zaradi časovnega spreminjanja električnega dipolnega momenta. Kljub analogiji za električni dipolni moment kot izvir EMV in masni kvadrupolni

moment kot izvir GV pa se med obema izviroma tudi bistvene razlike. Gre za razliko v stopnji obeh multipolov, pa tudi v stopnji ustreznih časovnih odvodov. Vemo namreč, da je v precej preprostejši fiziki za izvir EMV (v primerjavi z izvirom GV) ključen drugi časovni odvod električnega dipolnega momenta. Pri GV pa imamo tretji časovni odvod masnega kvadrupolnega momenta. Razlika med obema vrstama sevanja nastane npr. zaradi tega, ker ima električni naboj lahko pozitiven ali negativen predznak, medtem ko ima običajna snov samo pozitivno maso.

Iz Einsteinovih enačb SRT za gravitacijsko polje izhaja naslednja enačba za moč, ki jo z GV oddaja sestav nebesnih teles (v našem primeru par točkastih teles):

$$P = k \sum_{i,j=1}^3 \ddot{Q}_{ij}^2 \quad (1)$$

Pri tem je konstanta  $k = \frac{\kappa}{45c^5}$ , kjer je  $\kappa$  gravitacijska konstanta in  $c$  svetlobna hitrost. Tenzor kvadrupolnega momenta mase je naslednja matrika  $3 \times 3$ :

$$Q_{ij} = \int (3x_i x_j - r^2 \delta_{ij}) dm \quad (2)$$

Integriramo po koščkih mase telesa, oznake pa so  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$ ,  $x_3 = z$ ,  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ . V enačbi (1) je tretji odvod komponent tenzorja po času. Zapišemo jo lahko tudi s sledjo kvadrata tretjega časovnega odvoda tenzorja:

$$P = k \cdot \text{Tr}(\ddot{Q}^2) \quad (3)$$

Oznaka »Tr« pomeni sled matrike ali vsoto njenih diagonalnih elementov. Z enačbo (3) izračunajmo moč sevanja GV za omenjeni par ČL. Tenzor bomo definirali glede na masno središče sestava ČL, ki ju imamo za točkasti telesi. Če je razdalja med njima  $r$ , potem sta razdalji ČL od skupnega masnega središča enaki  $r_1$  in  $r_2$ , pri tem pa veljata enačbi za obe neznanki:  $r_1 + r_2 = r$  in  $m_1 r_1 = m_2 r_2$ . Iz tega izračunamo:

$$r_1 = \frac{m_2 r}{m_1 + m_2} \quad (4 \text{ a})$$

$$r_2 = \frac{m_1 r}{m_1 + m_2} \quad (4 \text{ b})$$

Iz enakosti centripetalne in gravitacijske sile za vsako ČL posebej (saj je to ista sila), npr. za prvo ČL,

$m_1 r_1 \omega^2 = \frac{\kappa m_1 m_2}{r^2}$ , izračunamo še kotno hitrost kroženja okrog masnega središča, ki se ujema za obe ČL:

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa(m_1+m_2)}{r^3}} \quad (5)$$

Privzeli smo, da se telesi gibljeta po krožnicah, zato je razdalja med njima konstantna in prav tako kotna hitrost. Naj bosta v začetnem trenutku opazovanja telesi na osi  $x$ . Ker sta točkasti, lahko njuni gostoti opišemo s 3D delta funkcijama:  $\rho_i = m_i \delta(x \pm r_i) \delta(y) \delta(z)$ . Indeks  $i$  je 1 ali 2, pri prvi delta funkciji vzamemo pri enem indeksu pozitiven predznak pri  $r_i$ , pri drugem pa negativnega. Izhodišče koordinatnega sistema smo vzeli v skupnem masnem središču. Zaradi delta funkcij se integral (2) poenostavi, tenzor pa je diagonalen:

$$Q(0) = \begin{bmatrix} Q_x & 0 & 0 \\ 0 & Q_y & 0 \\ 0 & 0 & Q_z \end{bmatrix} \quad (6a)$$

$$Q_x = 2(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2) \quad (6b)$$

$$Q_y = Q_z = -(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2) \quad (6c)$$

Z ničlo v argumentu tenzorja smo označili čas nič. Pri vrtenju sistema ni treba spet računati koordinat teles in iz njih novega tenzorja  $Q(t)$ , ampak preprosto uporabimo tenzorsko transformacijo:  $Q(t) = RQ(0)R^{-1}$ . Pri tem je rotacijska matrika enaka:

$$R = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) & 0 \\ \sin(\omega t) & \cos(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Ni nam treba skrbeti za smer vrtenja (v smeri urnega kazalca ali nasprotno), saj dobimo na koncu obakrat enak rezultat. Ko z množenjem treh matrik izračunamo tenzor  $Q(t)$  in ga potem trikrat odvajamo po času, dobimo (pišemo brez argumenta  $t$ ):

$$\ddot{Q} = 4\omega^3 Q_{xy} \cdot \begin{bmatrix} \sin(2\omega t) & -\cos(2\omega t) & 0 \\ -\cos(\omega t) & -\sin(2\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8a)$$

$$Q_{xy} = Q_x - Q_y = 3(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2) \quad (8b)$$

Kvadrat zadnjega tenzorja je še enostavnejši:

$$\ddot{Q}^2 = 16\omega^6 Q_{xy}^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Sled zadnje matrike brez faktorjev pred njo je 2. Zložimo skupaj enačbe (1), (4), (5), (8 b) in (9), pa dobimo končno enačbo, ki nas tule zanima:

$$P = \frac{32}{5} \cdot \frac{\kappa^4}{(cr)^5} (m_1 + m_2)(m_1 m_2)^2 \quad (10)$$

Zadnja enačba seveda velja splošno za binarni sistem, ne samo za par ČL. Če imata telesi enaki masi,  $m = m_1 = m_2$ , potem velja:

$$P = \frac{64}{5} \cdot \frac{\kappa^4}{(cr)^5} \cdot m^5 \quad (11)$$

Če pa je eno telo veliko masivnejše od drugega,  $m_1 \gg m_2$ , npr. za par Sonce – planet, lahko enačbo (10) tudi nekoliko poenostavimo (pišimo  $m_1 = M$  in  $m_2 = m$ ):

$$P = \frac{32}{5} \cdot \frac{\kappa^4}{(cr)^5} \cdot M^3 m^2 \quad (12)$$

Za sestav Sonce ( $M = 2 \cdot 10^{30}$  kg) in Zemlja ( $m = 6 \cdot 10^{24}$  kg) z razdaljo  $r = 1,5 \cdot 10^8$  km izračunamo z enačbo (12):  $P \approx 200$  W. Glede na masivnost obeh teles je ta moč oddajanja GV izjemno majhna. Najlepše ponazorimo majhnost moči 200 W, če izračunamo ustrezno oddano energijo v času 5 milijard let (zaokrožena starost Zemlje):  $E = Pt \approx 3 \cdot 10^{19}$  J. Vendar je energija kroženja Zemlje okrog Sonca po absolutni vrednosti enaka njeni kinetične energije:

$$|E_k| = \frac{1}{2} m v^2 \quad (13)$$

Resnična energija je vsota kinetične in gravitacijske in je negativna, zadnja enačba pa spet izhaja iz istovetnosti centripetalne in gravitacijske sile, kot smo povedali zgoraj npr. za par ČL. Negativna gravitacijska energija je pri kroženju Zemlje namreč po absolutni vrednosti dvakrat večja od kinetične energije Zemlje. Ker je hitrost Zemlje okrog 30 km/s, izračunamo vrednost energije:  $|E_k| \approx 3 \cdot 10^{33}$  J. To je za 14 velikostnih redov več od zgoraj izračunane energije GV v 5 milijardah let. GV imajo torej povsem zanemarljiv vpliv na kroženje Zemlje. Nasprotno oddaja par ČL pred zlitjem zelo veliko moč GV predvsem zaradi majhnih razdalj. Vzemimo za poučen zgled dve ČL z enakima masama po 10 Sončevih mas pri medsebojni razdalji enega Schwarzschildovega polmera ene ČL. Ta radij za ČL z maso  $m$  je:

$$R_S = \frac{2\kappa m}{c^2} \quad (14)$$

Enačbo (14) izpeljemo tako, da ubežno hitrost objekta pri razdalji  $R_S$  od središča ČL izenačimo s svetlobno hitrostjo. Za ČL z desetkratno maso Sonca je vrednost  $R_S$  okrog 30 km. Če pa vstavimo (14) direktno v enačbo (11) namesto razdalje  $r$ , dobimo:

$$P = \frac{2c^5}{5\kappa} \quad (15)$$

Masa ČL se je krajšala in zadnji rezultat je odvisen samo od dveh univerzalnih konstant: svetlobne hitrosti in gravitacijske konstante. Iz enačbe (15) izračunamo moč velikostnega reda  $10^{52}$  W. Ko se obe ČL približujeta, je moč še večja. Na (našo) srečo so takšni dogodki izjemno redki in nastajajo daleč: razdaljo obeh ČL pri prvih zaznanih GV so ocenili na 1,3 milijarde svetlobnih let. Zaradi svetlobne hitrosti GV se je to zgodilo pred 1,3 milijarde let.

#### Literatura

1. The Royal Swedish Academy of Sciences (2017). *The Nobel Prize in Physics 2017*, Popular Science

Background, dostopno na: [https://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/2017/press.html](https://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2017/press.html)

2. Mohorič, A., Čadež, A. (2016). *Gravitacijski valovi*, Obzornik za matematiko in fiziko **63**, št. 3, str. 53–63.
3. Čadež, A. (2011). *Teorija gravitacije*, Matematika – fizika **49**, DMFA – založništvo, Ljubljana.
4. Krajnc, S. (2017). Poučevanje o gravitacijskih valovih pri fiziki v slovenskih gimnazijah, magistrsko delo, Fakulteta za naravoslovje in matematiko Univerze v Mariboru.
5. Mohorič, A., Čadež, A. (2017). *Detekcija gravitacijskih valov*, Obzornik za matematiko in fiziko **64**, št. 3, str. 91–103.
6. Ambrožič, M., (2018). *Nobelova nagrada za detekcijo gravitacijskih valov*, Astronomi v Kmici: dvajsetič (ur. Slavinec, M.), Murska Sobota: AD Kmica: ZOTKS, str. 4–9.

## PROBLEM VOŽNJE PO VESOLJU

pom. akad. dr. Mitja Slavinec in pom. akad. dr. Eva Klemenčič  
Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Univerza v Mariboru

Letos mineva 130 let od rojstva pionirja vesoljske tehnike Hermana Potočnika Noordunga. Oče Jožef Potočnik, rojen v Slovenj Gradcu, je bil zdravnik s činom generala v Avstro-ogrski vojni mornarici. Mati Marija se je rodila v Vitanju.



Slika 1: Herman Potočnik Noordung v vojnih časih

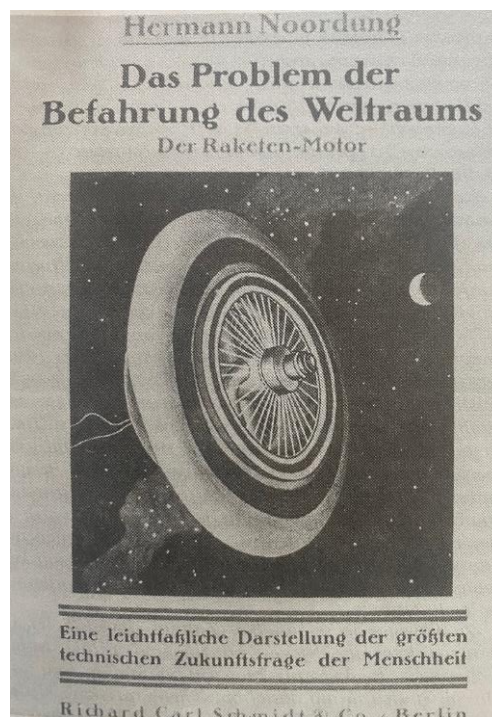
Oče mu je umrl leta 1894, ko je bil star le dve leti in mati se je z družino preselila k Hermanovi babici v Maribor, kjer je pričel šolanje, katerega je nadaljeval na Dunaju, kjer je na Vojaški tehnični akademiji pridobil čin poročnika. Med vojno je zbolel za tuberkulozo zato so ga leta 1919 upokojili.

Študij je nadaljeval na Tehniški univerzi na Dunaju kjer je izšolal za inženirja – strokovnjaka za raketno tehniko. Do smrti mu je preostalo le še 4 leta, ki jih je v celoti posvetil potovanju po vesolju.

Pred smrtjo je leta 1929 v Berlinu izšla njegova edina knjiga: *Problem vožnje po Vesolju - Raketni motor (Das problem der Befahrung des Weltraums – der Raketen-motor)*, ki velja za eno prvih del o potovanju po vesolju. Knjiga je sprva pri mnogih veljala kot znanstvena fantastika, v Berlinu, kjer je izšla, pa so kaj kmalu spoznali njen pomen in inženirsko vrednost. Knjiga je bila prevedena v številne jezike, v slovenščini je dostopen prevod Petra Srakarja s spremno besedo Sandija Sitarja, ki jo je založila Slovenska matica.

V knjigi opisuje težave, ki pretijo na astronaute med potovanjem v breztežnem stanju po vesolju,

načrtuje vesoljsko postajo za stalno bivanje posadke, ki bi opazovala Zemljo.



Slika 2: Naslovnica izvorne knjige izdane 1929 v Berlinu.

Knjiga je postala temelj za nadaljnje osvajanje vesolja v kateri je predstavil izvorna rešitve kot npr. prva krožna vesoljsko postajo, v kateri bi radialna sila nadomestila težnost in tako zmanjšala negativne učinke breztežnega prostora na astronaute.

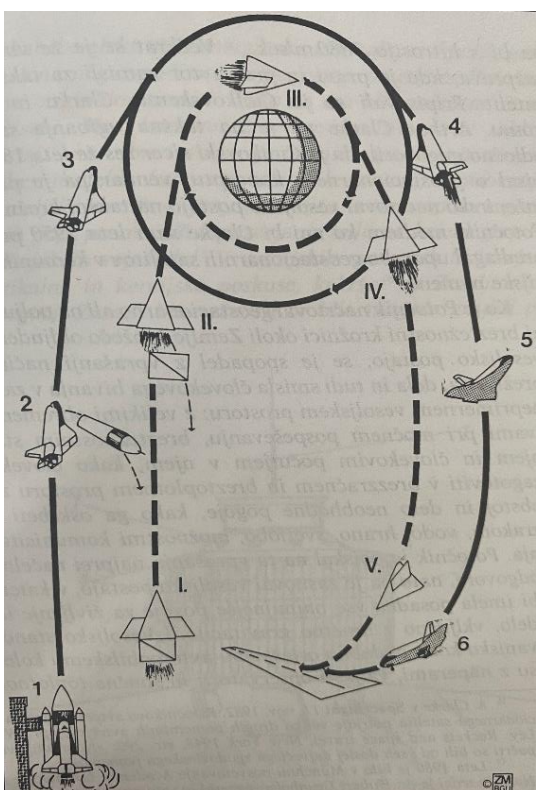
V knjigi med drugim načrtuje proizvodnjo elektrike iz sončne energije, izračuna trajektorije vesoljske ladje ob vrnitvi na Zemljo in težave s segrevanjem pri zaviranju skozi atmosfero, izračuna potrebne količine goriva doseg tirnice okrog Zemlje in podobno. Po Potočnikovi knjigi so se zgledovali pionirji vesoljskih poletov tako Nemeč Wernher von Braun kot Rus Sergej Pavlovič Koroljov.

Potočnik je kot inženir knjigo opremil tudi s sto skicami in načrti, podprtimi z natančnimi izračuni, kar knjigi zagotavlja vizionarstvo in strokovno neoporečnost.

Razdeljena je na več kratkih poglavij. Na začetku obravnava osnovne fizikalne zakonitosti in predstavi breztežnost. Po predstavitvi takratnih tehničnih dognan in dosežkov sledi izračun potrebnih fizikalnih količin za doseg stacionarne tirnice okrog Zemlje in potrebno energijo za doseg le-te. Kritično obravnava dotakratne predloge povezane z vesoljsko tehniko in jih smiselno nadgradi. Več

poglavij nameni vrnitvi sonde nazaj na Zemljo in pojasni, zakaj pri tem ni možno računati na aktivno zaviranje z raketnimi motorji temveč se je treba zanašati na zaviranje v zemeljskem ozračju.

Zavedal se je težav, ki jih dolgotrajno bivanje ljudi v breztežnem prostoru lahko povzroči na zdravje ljudi, zato je predlagal še do sedaj edino možno rešitev, to je vrtečo se vesoljsko postajo, za katero je opravil tudi osnovne izračune. Opisal je tudi kako bi z vesoljsko ladjo upravljali in se z nje sporazumevali na daljavo. Opisal je kako zagotoviti energijo in osnovne življenjskih pogojev na vesoljski ladji, kot je oskrbovanje z vodo in zrakom. Predvidel je sprehode astronautov izven vesoljskih postaj in naredil načrte za potrebna vesoljska oblačila.



Slika 2: Noordung je pravilno napovedal vse faze leta raketoplane okrog zemlje, za natančne izračune pa takrat še ni bilo potrebnih eksperimentalnih podatkov.

V nekaj poglavjih se je dotaknil tudi načinov lansiranja vesoljskih raket in je že takrat predvidel vesoljsko ladjo, ki bi letela kot letalo, kar je kasneje NASA dejansko udejanjila z projektom njihovih Vesoljskih čolničkov, ki so kar nekaj desetletij bili eden najpomembnejših načinov za transport astronautov in satelitov v vesolje.

Kot vojaški oficir je seveda uvidel tudi neslutene možnosti vojskovanja v vesolju, kar so pred desetletji v ZDA pričele s projektom Vojna zvezd, treba pa je poudariti, da je temu namenil le eno poglavje, veliko več pa jih je posvetil možnostim za

znanstveno raziskovalno delo, ki bi jih omogočila vesoljska postaja. Tako je med drugim napovedal vesoljski teleskop in njegove prednosti pred dotedanjimi teleskopi v objemu motenj zemeljske atmosfere in težnosti, kar je prav tako bilo udejanjeno šele čez veliko let s Hubblovim teleskopom.

Ob koncu knjige se je dotaknil tudi potovanj do drugih nebesnih teles v našem osončju in sosednjih zvezd pri čemer je vesoljsko postajo napovedal kot oporišče in izhodišče za vesoljski promet, kar je v modifikaciji oporišča na Luni sedaj ena najbolj obetavnih rešitev za pot proti Marsu.

Vizionarstvo in veličino Noordungovih napovedi moramo razumeti v duhu časa izpred skoraj 100 let, ko je pisal knjigo. Tehnologija in znanost takrat še niti približno nista omogočala realizacije njegovih načrtov, saj je Tesla le malo pred tem predlagal patent za radio signale in pokazal svoj znameniti poskus z radijsko vodenim čolnov. Noordunga pri svojih zamislih niso omejevale takrat možnosti njihove realizacije, ampak je rešitve napovedal za čas, ko bo človeštvo doseglo potrebno stopnjo razvoja. Zaradi tega ne čudi, da so nekateri njegove načrte in napovedi označevali kot znanstveno fantastiko, ki je v tistem času na nek način res bila, s to razliko, da je temeljila na trdnih inženirskih osnovah in natančnih izračunih ter znanstveno podprtimi zakonitostmi.

Na koncu slovenskega prevoda knjige je še sklepna beseda Sandija Sitarja kjer predstavi čas in družbene razmere ob nastajanju knjige, avtorjevo življenje, njegovo slovensko poreklo, vojaško kariero in kasnejšo inženirsko izobraževanje ter nastanek žal edine, pa toliko bolj pomembne knjige.

Za lažjo predstavo povzemimo vsebino nekaj poglavij iz Noordungove knjige.

### Topovski strel v vesolje

Pred tem poglavjem je poglavje v katerem, kratko na pol strani, predstavi kakšne so bile v tistem času skrajne dosežene višine nad zemeljskim površjem. Z letalom so ljudje takrat uspeli doseči višino 11.800 m in 12.000 m z balonom, višino 35 km so dosegle tki. Balonske sonde, s katerimi so visoko dvignili merilne naprave, ki so se nato samodejno s padalom spustile nazaj na Zemljo. Nemški topovi, s katerimi so obstreljevali Pariz pa so dosegli višino približno 40 km. Ta pregled zaključuje, kako so to zelo majhne višine za polet v odprto vesolje, kot ga imenuje.

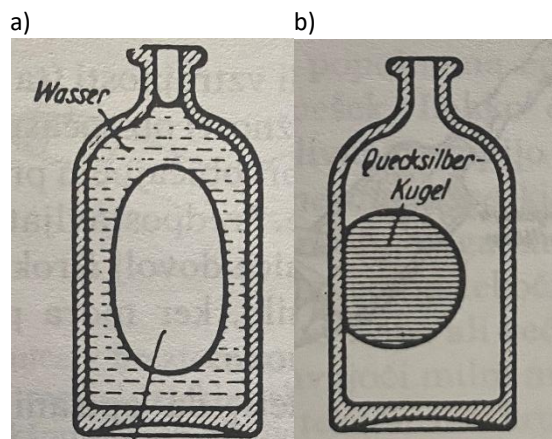
Da bi vesoljsko ladjo v vesolje izstrelili kot topovski izstrelek je izračunal, da bi na površini moral imeti hitrost vsaj 12.000 metrov na sekundo, pri čemer je poudaril, da je ob premagovanju težnosti treba upoštevati tudi premagovanje sile zračnega upora. Ocenil je dimenzije topa za tak strel in pri tem

opozoril na izjemno velik pospešek ob takem strelu, ki bi uničil vso opremo v sondi, prav tak pa je opozoril na izredno vročino, ki bi se sproščala zaradi trenja med drsenjem sonde po notranjosti topovske cevi. Na osni tega je tako možnost takoj označil kot neizvedljivo in je v nadaljevanju opisoval rešitve na raketni motor kar je imenoval »Vozilo na povratni sunek«.

### Vpliv breztežnosti na človeški organizem

Glede na tedanje izkušnje je pravilno sklepal, da kratkotrajna izpostavljenost breztežnemu stanju ni škodljiva za zdravje ljudi.

V Nadaljevanju je ugotovil, da mnogo telesnih funkcij poteka zaradi mišičnih sil ali osmoze in za svoje delovanje ne potrebujejo težnosti. Pravilno pa je napovedal, da bodo po daljšem bivanju v breztežnem stanju uplahnile mišice, kar bi astronautom povzročalo težave ob ponovni vrnitvi na Zemljo. V izogib temu je predlagal tehnične naprave za sistematično telovadbo, kar na vesoljskih postajah astronauti dejansko tudi počno. Poseben razmislek je namenil tudi duševni plati bivanja v vesolju, še posebej na strah, ki bi nastajal ob prehodu v breztežno stanje, ki bi ga čutili kot padanje, pred katerim bi čutili vsaj nelagodje. Velik del je namenil povsem praktičnim težavam prebivalcem na vesoljski postaji, kot je npr. neuporabnost obešalnikov, stolov, klopi in miz. Pravilno je napovedal kako bi se v breztežnosti formirala kapljica vode ali živega srebra in v nadaljevanju težave pri hranjenju ali pitju tekočin. Predvidel je pijačo v stisljivih posodah, posebej pa je opozoril na težave kuharjev pri pripravi hrane.

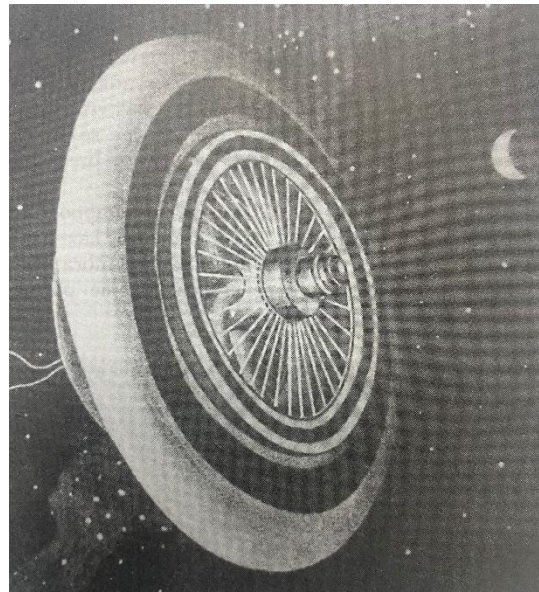


Slika 3: izvirni Noordungovi skici, kako se v breztežnem stanju v ne do konca napolnjeni posodi razporedi a) voda in b) živo srebro.

### Bivalno kolo

Vesoljsko postajo je Noordung skonstruiral kot rotirajoči se torus na največji razdalji od središča, kjer bi radialne sile ustvarjale razmere, podobne kot je težnost na Zemlji, v drugih delih vesoljske postaje

pa bi bile aparature, shrambe in naprave, ki ne terjajo težnosti.



Slika 4: Bivalno kolo povzeto po izvirni knjigi.

Radialni pospešek  $a_r$  in s tem sila, se od središča proti robu linearno povečuje v skladu z enačbo:

$$a_r = \omega^2 r, \quad (1)$$

kjer je  $\omega$  kotna hitrost vrtenja postaje  $r$  pa razdalja od središča postaje. Noordung je predvidel postajo s premerom 30 m, ki naj bi se vrtela z obodnim časom ( $t_0$ ) približno 8 sekund, kar iz enačbe (1) daje pospešek podoben težnemu pospešku na površini Zemlje:

$$a_r = \left(\frac{2\pi}{t_0}\right)^2 r = 9,2 \text{ ms}^{-2}. \quad (2)$$

### Zaključek

Herman Potočnik Noordung je eden velikih Slovencev, ki je v svojem kratkem življenju svetu pustil zelo globoko in široko sled. S svojim vizionskim pristopom in inženirsko prefinjenostjo bi zagotovo igral pomembno vlogo tudi pri samem razvoju poletov v vesolje in bi ob njem razvoj zagotovo tekkel še hitreje kot je. Zaradi tega je toliko bolj pomembno, da se zavedamo pomena in velikega dela, ki ga je ustvaril naš rojak. Vsaj majhen spomin in poklon Slovenije njemu je Center vesoljskih tehnologij Hermana Potočnika Noordunga v Vitanju, rojstnega kraja njegove matere.

### Literatura:

1) H. Potočnik, Problem vožnje po vesolju, Slovenska matica, 1999



Urednik:

pom. akad. dr. Mitja Slavinec

Strokovni pregled:

pom. akad. dr. Milan Svetec

pom. akad. dr. Mitja Slavinec

Darko Kolar

Oblikovanje in prelom:

pom. akad. dr. Mitja Slavinec

Tisk:

AIP Praprotnik

Naklada:

250 izvodov

Založnik:

AD Kmica in ZOTKS, Murska Sobota, 2022

zanju: pom. akad. dr. Mitja Slavinec

CIP - Kataložni zapis o publikaciji  
Univerzitetna knjižnica Maribor

520/524:379.825-053.6(497.4-18)(082)

ASTRONOMI v Kmici : petindvajsetič / [urednik Mitja Slavinec]. - Murska Sobota : AD Kmica : ZOTKS, 2022

ISBN 978-961-95235-2-0 (AD Kmica)

COBISS.SI-ID 136784899